

Hogyan működnek a rádiók I.

Modulációk, matematikai háttér

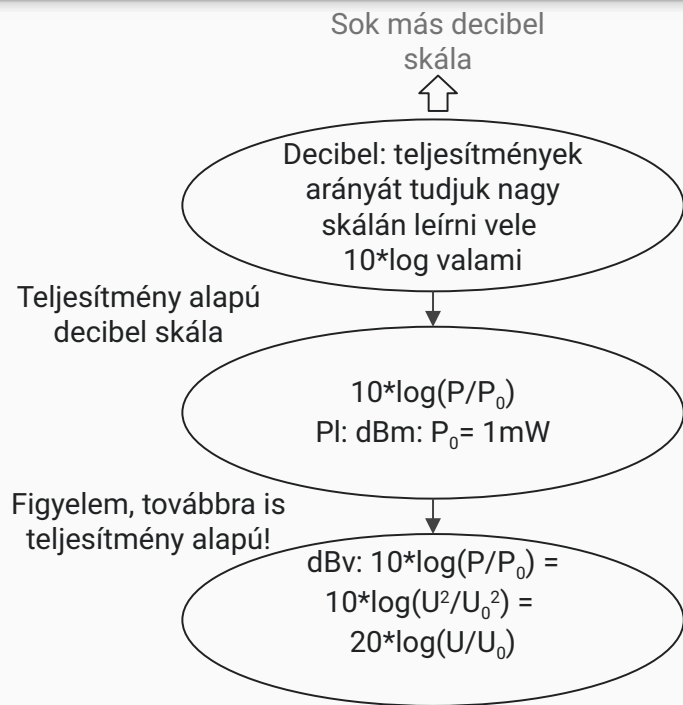


Előadók:

Magyar Gábor Balázs (HA6GBN)
Károlyi Mihály



Decibel skála



dB	arány
0 dB	1
3 dB	2
5 dB	3
8,5 dB	7
10 dB	10
20 dB	100
- 30 dB	0.001

A decibel skála segítségével össze tudjuk hasonlítani a kimenő kilowattos jelet a vett mikrowattos jellel

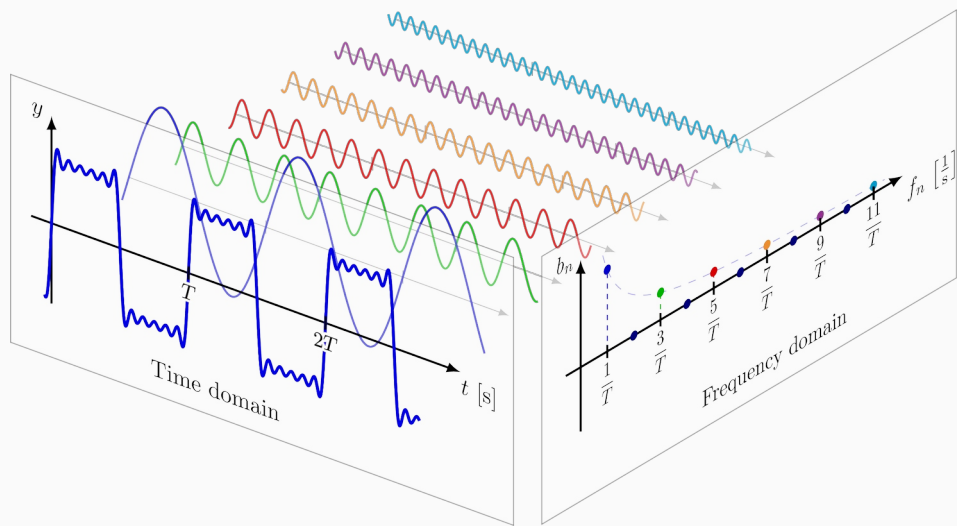
Fourier transzformáció

Minden* jelet felbonthatunk szinuszos jelek összegére.

Felbontás: Fourier trafó

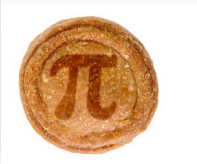
Visszaállítás: inverz Fourier trafó

időtartomány $\leftrightarrow$ frekvenciatartomány



Fourier transzformáció

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$



$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

Fazorok

Általános koszinuszos jel

Három paraméter:

- amplitudó
- frekvencia
- fázis

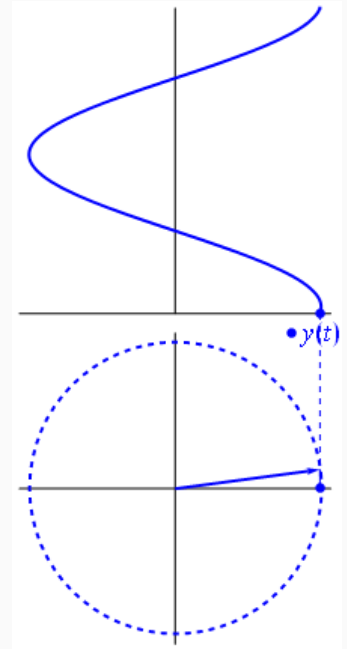
$$A \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

Kettőt összevonhatunk egy komplex számmá!

Fazorok

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

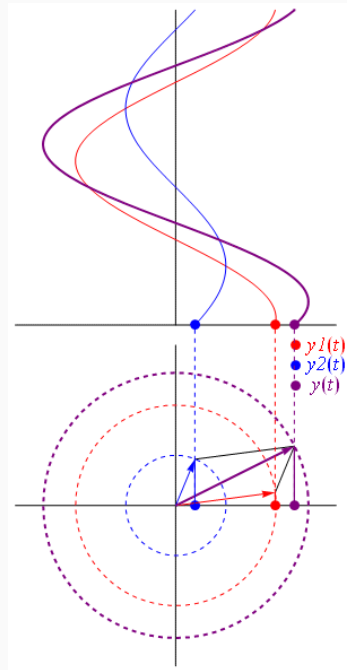
$$e^{j\omega t} \quad \text{Im}(e^{j\omega t}) = \sin(\omega t)$$
$$\text{Re}(e^{j\omega t}) = \cos(\omega t)$$



Fázisok ábrázolása

$$y_1(t) = A \cdot \cos(\omega_1 t) = A \cdot e^{j\omega_1 t}$$

$$y_2(t) = A \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi) = A \cdot e^{j(\omega_2 t + \varphi)} = A \cdot e^{j\omega_2 t} \cdot e^{j\varphi}$$



Modulációs tétel

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = 0.5 \cos(\alpha + \beta) + 0.5 \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t) = 0.5 \cos(\omega_1 t + \omega_2 t) + 0.5 \cos(\omega_1 t - \omega_2 t)$$

Két jel szorzatában a frekvenciáik különbsége és összege jelenik meg.

Modulációs tétel levezetése

$$\cos(x) = (e^{jx} + e^{-jx}) / 2$$

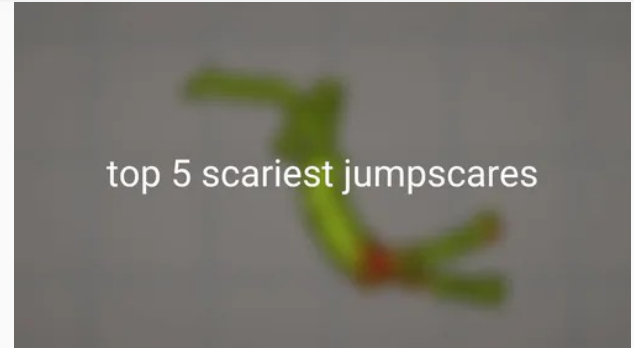
$$\begin{aligned} \cos(\alpha)\cos(\beta) &= \\ [(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})/2] \cdot [(e^{j\beta} + e^{-j\beta})/2] \end{aligned}$$

$$= 1/4 [e^{j(\alpha+\beta)} + e^{j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)}]$$

$$= 1/4 [(e^{j(\alpha+\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)}) + (e^{j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha-\beta)})]$$

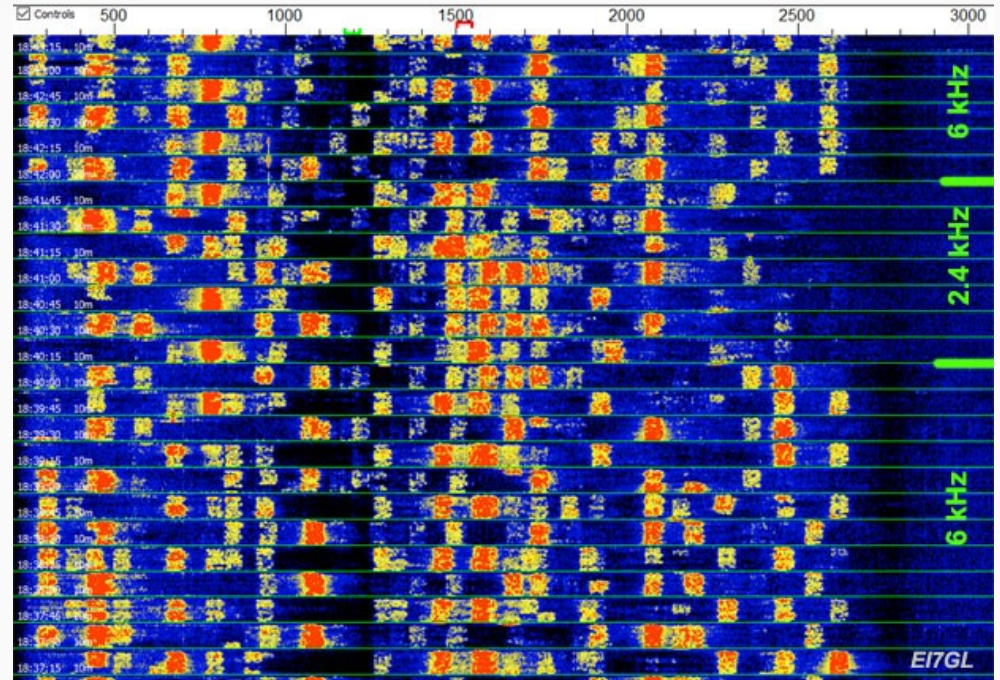
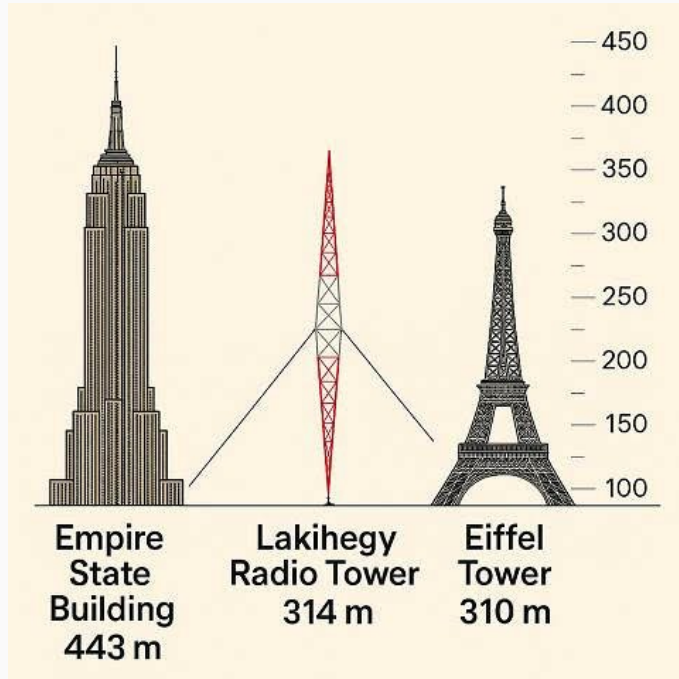
$$= 1/2 [(e^{j(\alpha+\beta)} + e^{-j(\alpha+\beta)})/2 + (e^{j(\alpha-\beta)} + e^{-j(\alpha-\beta)})/2]$$

$$= 1/2 [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$$



MODULÁCIÓK

Miért modulálunk?



Modulációk fajtái

Hova “rejthetjük” az átvivendő információt?

$$A \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

Amplitúdó

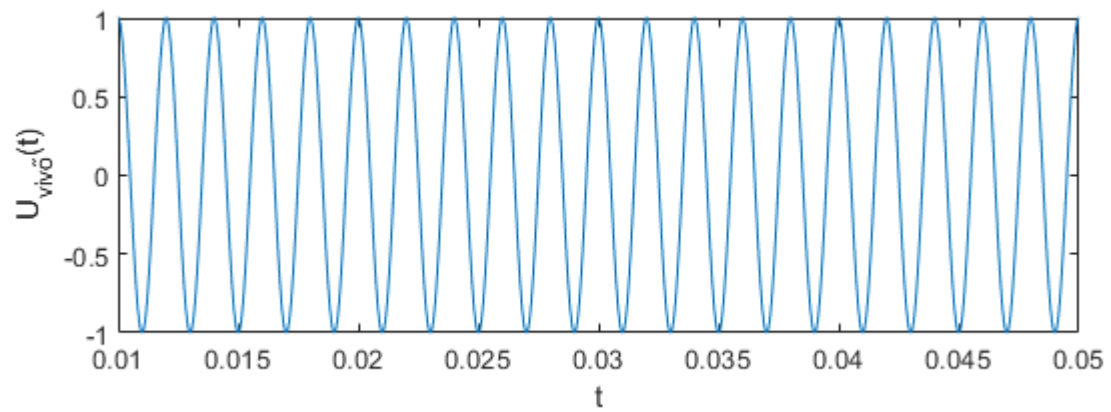
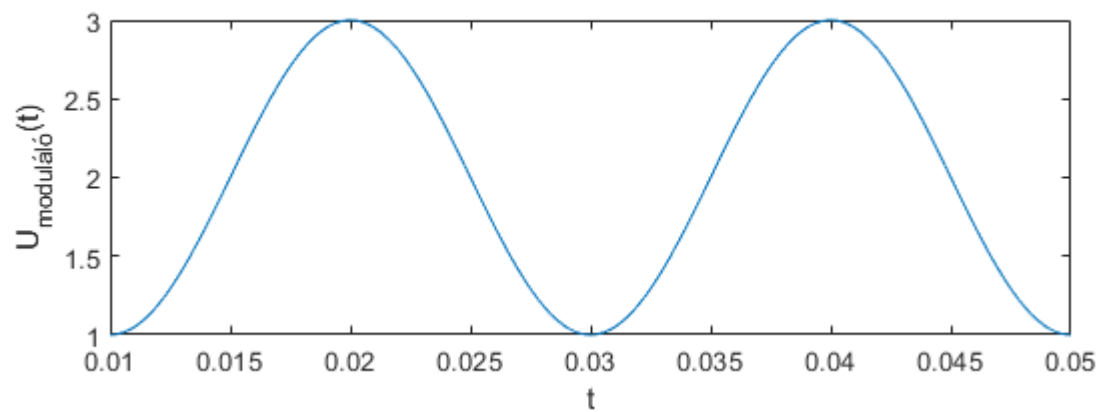
Frekvencia

Fázis

Szög

AM





Megbeszéltük, hogy:

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = 0.5 \cos(\alpha + \beta) + 0.5 \cos(\alpha - \beta)$$

$$U_m(t) = U_v + U_{\text{moduláló}} \cdot \cos(\omega_m t)$$

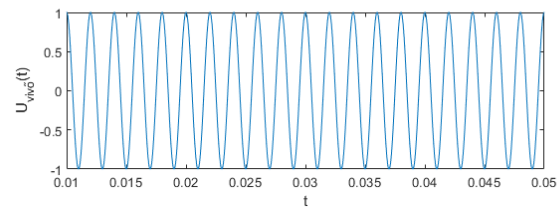
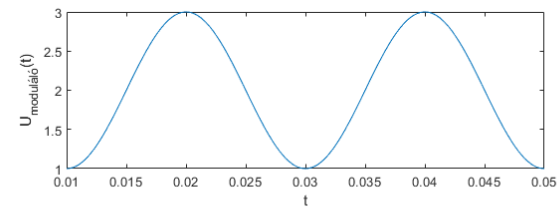
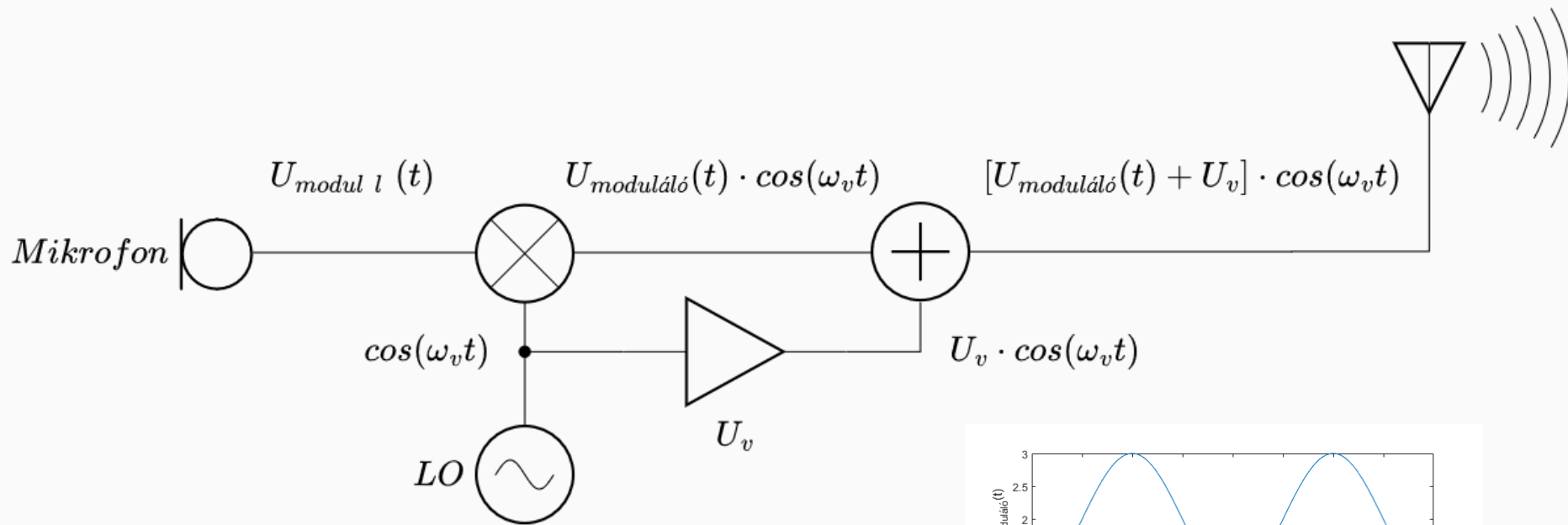
$$U_{\text{vivő}}(t) = U_{\text{vivő}} \cdot \cos(\omega_v t)$$

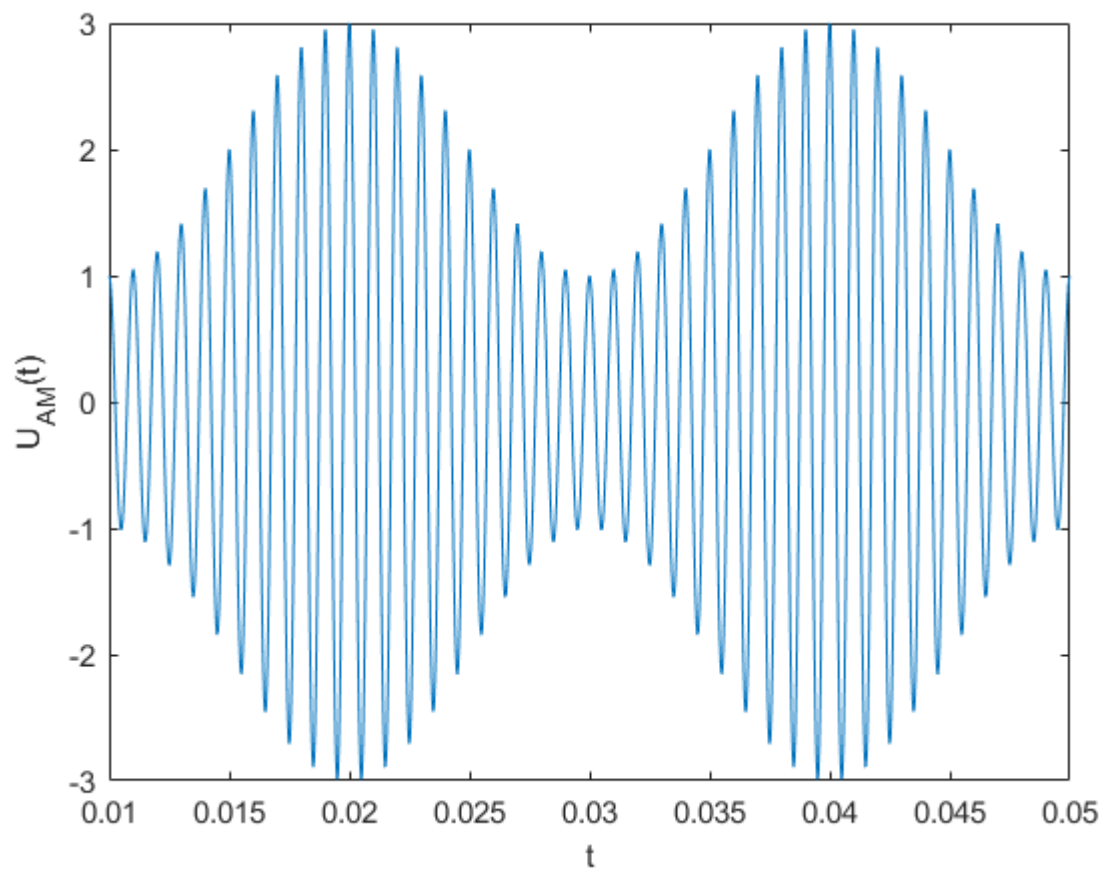
$$\omega_v \gg \omega_m$$

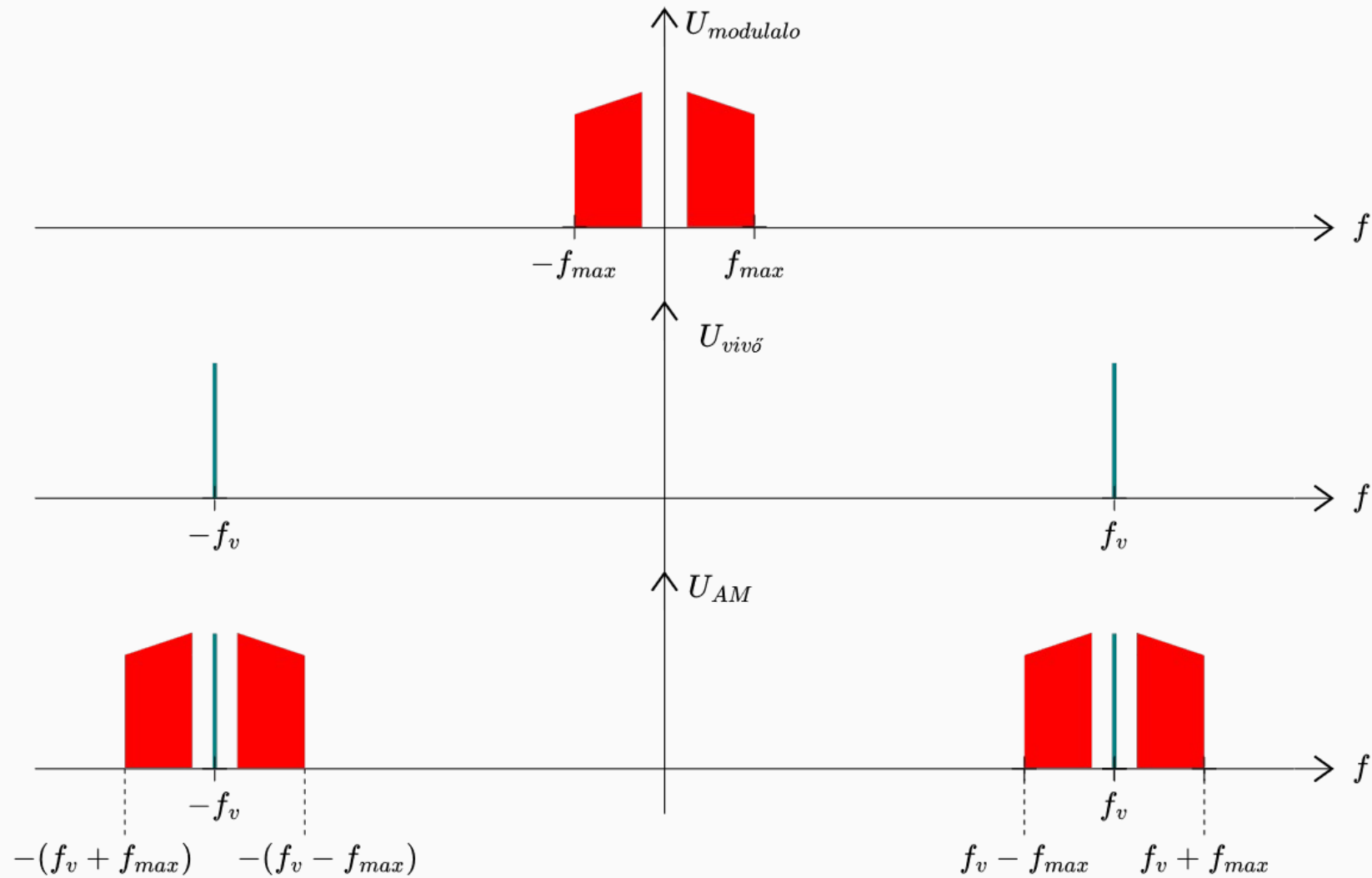
Ezek alapján:

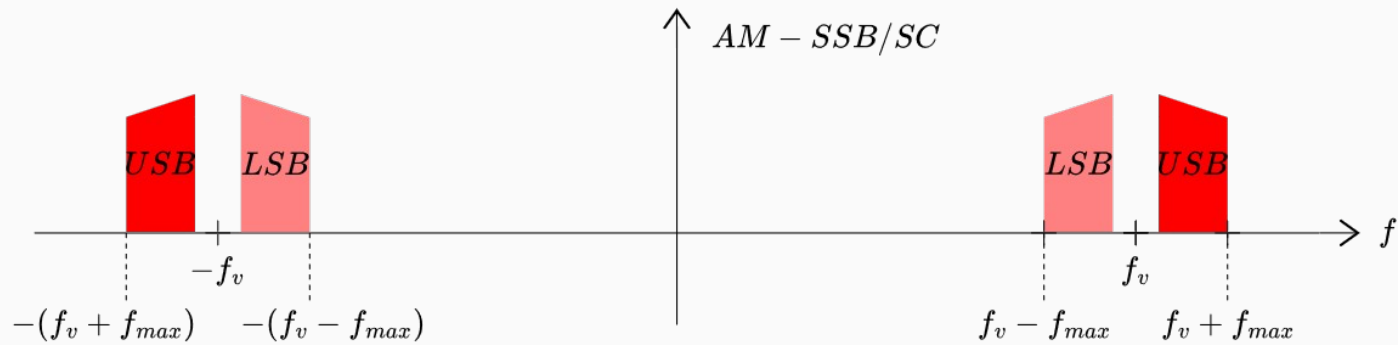
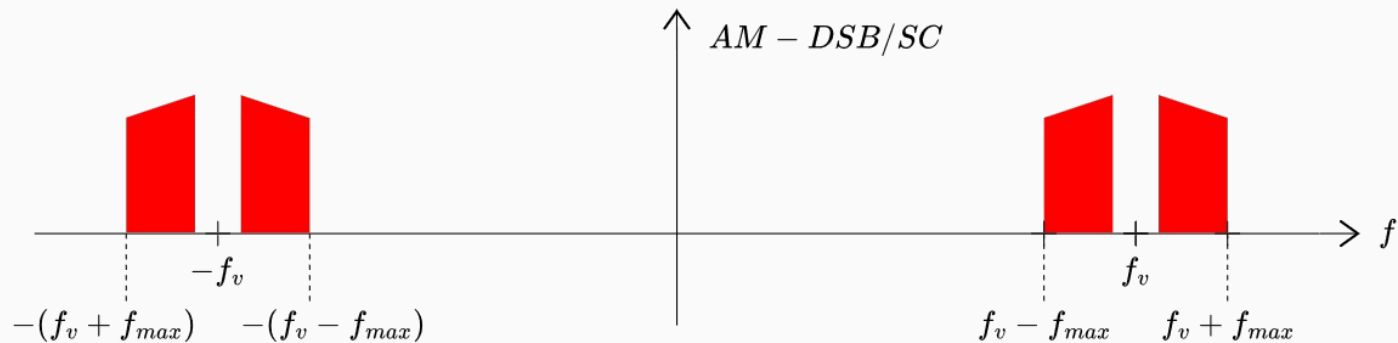
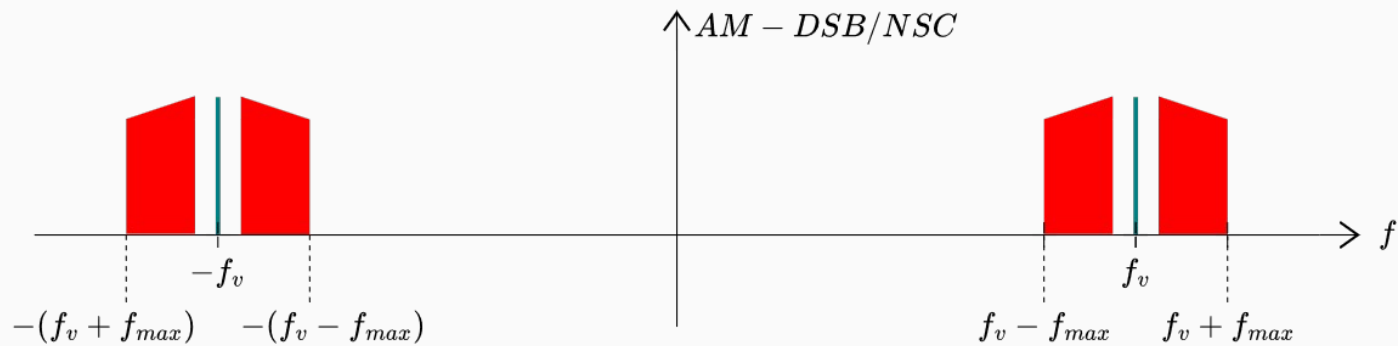
$$\cos(\omega_v t) \cdot [U_v + \cos(\omega_m t)] =$$

$$U_v \cdot \cos(\omega_v t) + 0.5 \cos(\omega_m t + \omega_v t) + 0.5 \cos(\omega_m t - \omega_v t)$$









AM-SSB

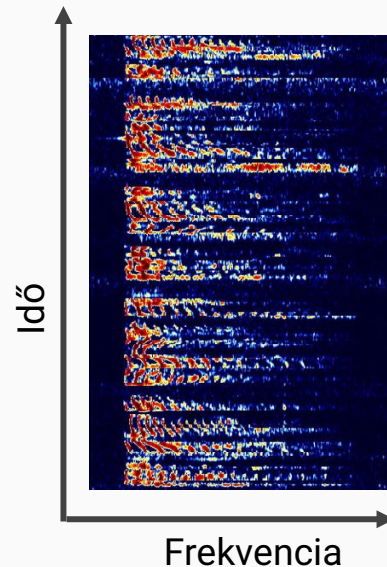
Az AM két oldasávja ugyan azt az információt hordozza.
Nyomjuk el az egyiket (meg a vivőt is)!

SSB: Single side band

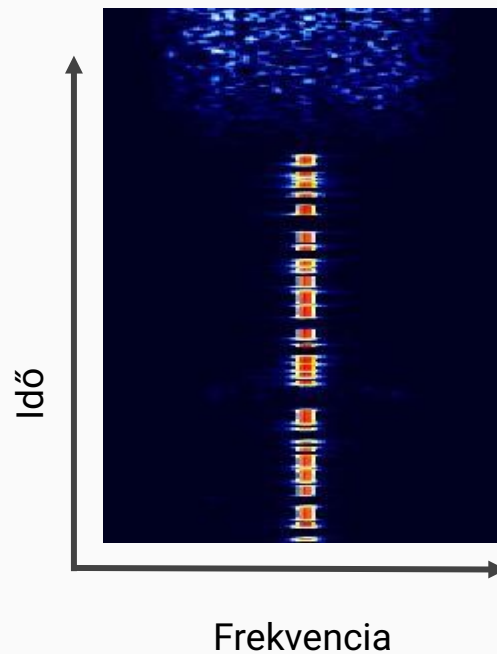
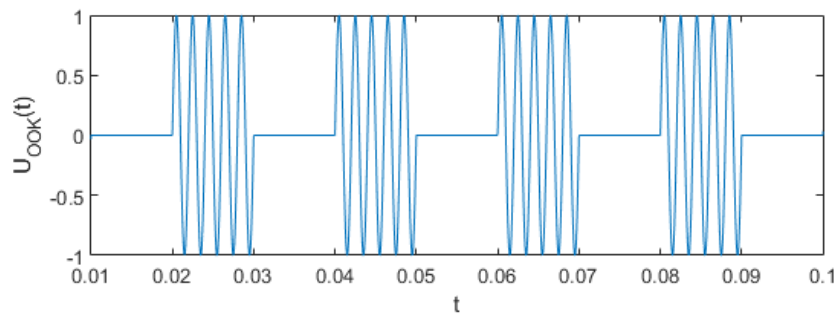
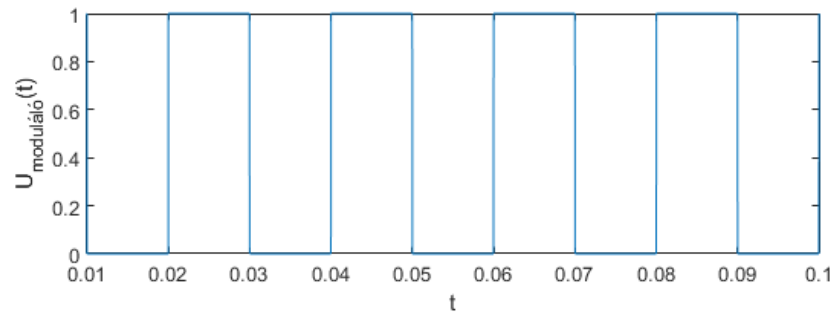
LSB: alsó marad

USB: felső marad

- + Kevesebb sávszélesség
- + Kevesebb energiapazarlás
- Rosszabb minőség
- Zajérzékenység



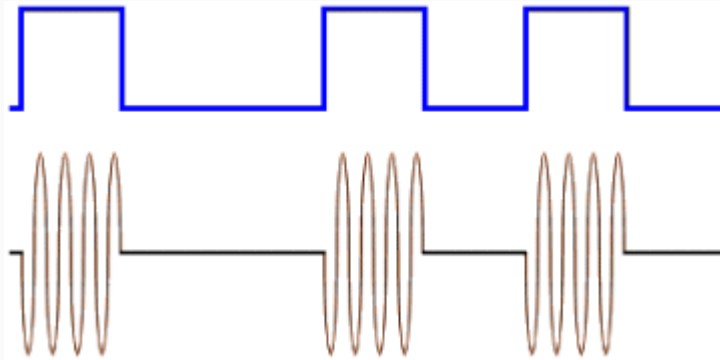
OOK (On-Off keying)



CW (Continuous wave)

“komplexebb OOK”

Morze



CW



International Morse Code

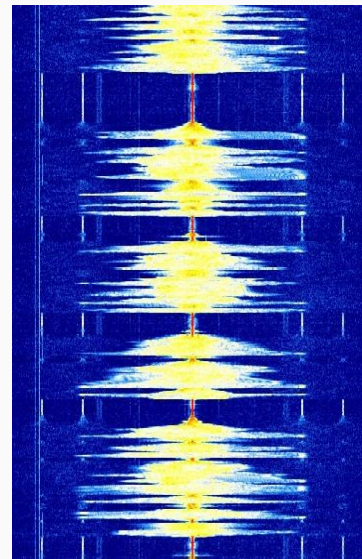
1. The length of a dot is one unit.
2. A dash is three units.
3. The space between parts of the same letter is one unit.
4. The space between letters is three units.
5. The space between words is seven units.

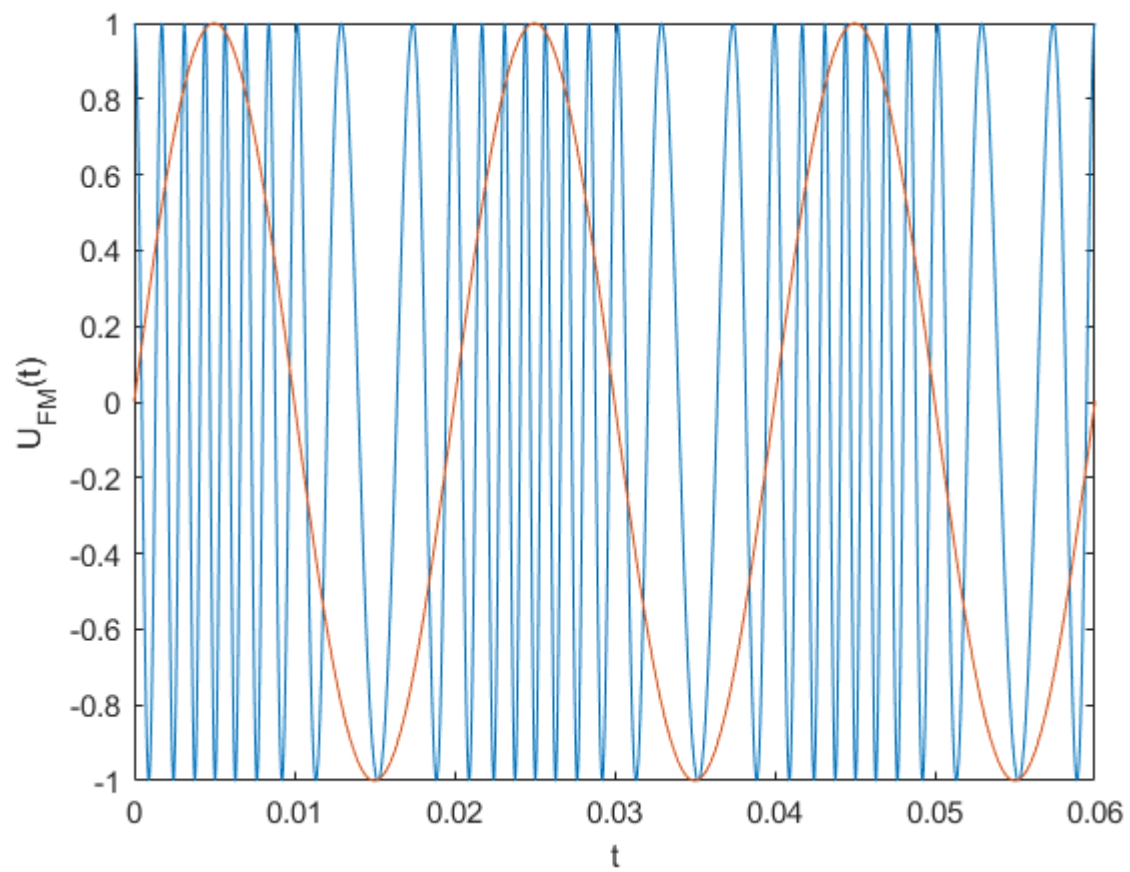
A	• —	U	• • —
B	— • • •	V	• • • —
C	— • — •	W	• — —
D	— • •	X	— • • —
E	•	Y	— • — —
F	• • — •	Z	— — • •
G	— • •		
H	• • • •		
I	• •		
J	• — — —		
K	— • • —	1	• — — — —
L	— • • •	2	• • — — —
M	— —	3	• • • — —
N	— •	4	• • • • —
O	— — —	5	• • • • •
P	• — — •	6	— • • • •
Q	— — • —	7	— — • • •
R	• — • •	8	— — — • •
S	• • •	9	— — — — •
T	—	0	— — — — —

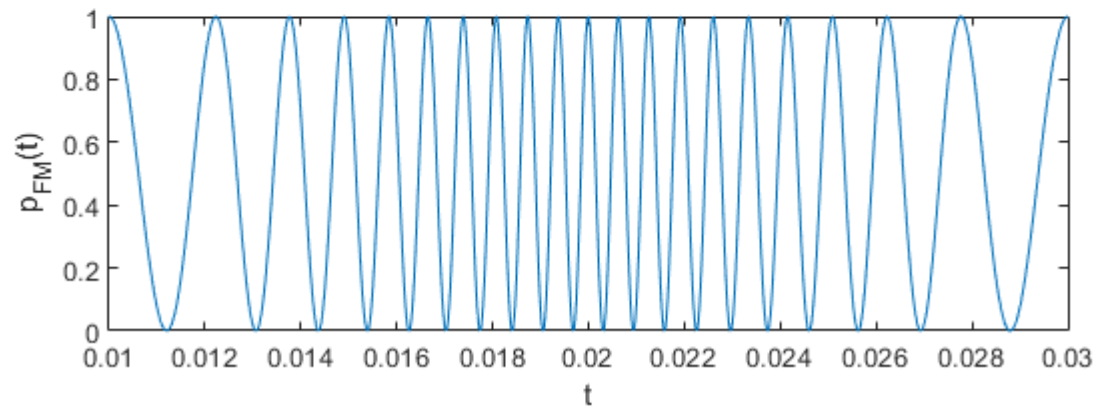
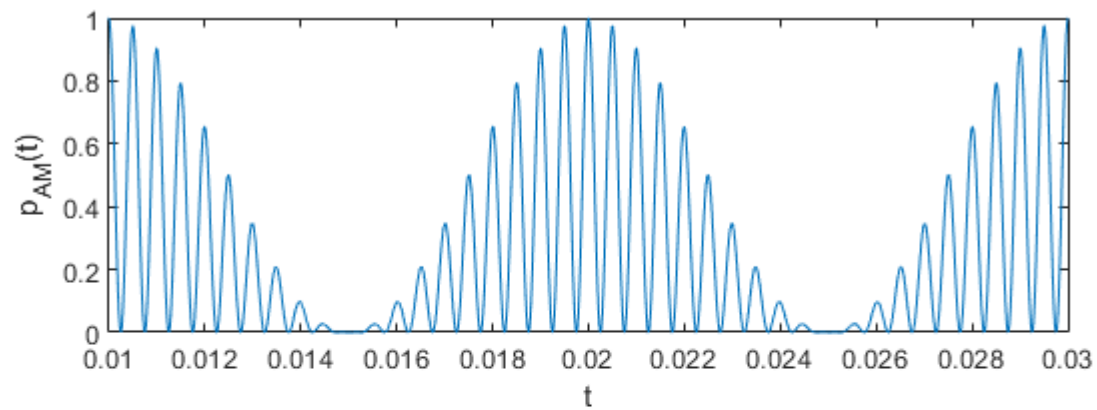
FM

Amplitúdó helyett a frekvencia változik a hang függvényében

- + Jó zajtűrés
- Bonyolultabb demodulációs eljárások
- Sávszélesség szerint:
 - Szélessávú FM (műsor)
 - Keskenysávú FM (HAM)







Digitális modulációk

Analóg jel helyett biteket viszünk át

Szimbólumok: egyszerre egy szimbólum megy át, ez kódolhat több bitet.
Pl. 4 különböző szimbólum: 2 bit/sym (00, 01, 10, 11)

Baud rate: Szimbólumsebesség (sym/sec)

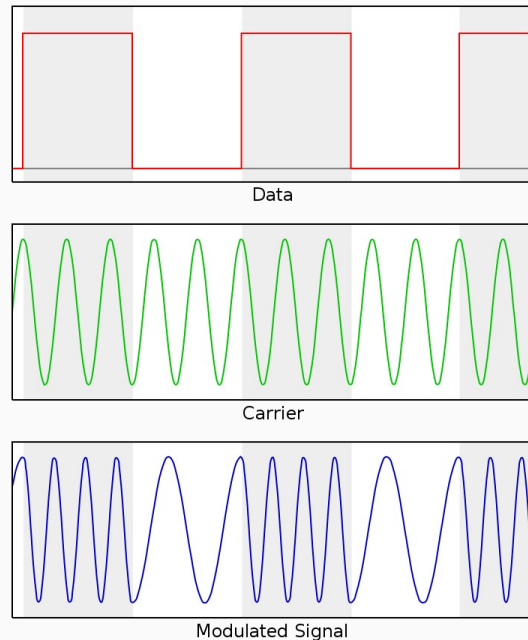
Bitráta: Bitsebesség = $\text{sym/sec} * \text{bit/sym} = \text{bit/sec}$
(Szimbólumsebesség * Szimbólum által kódolt bitszám)

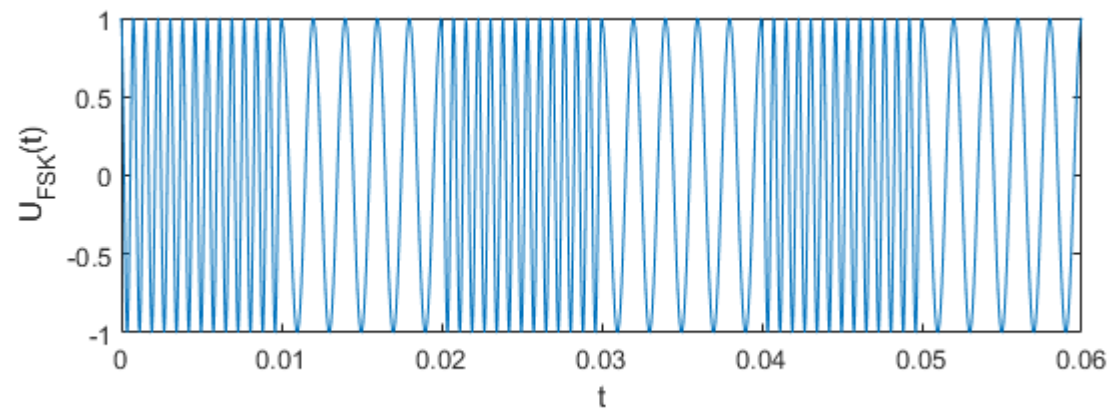
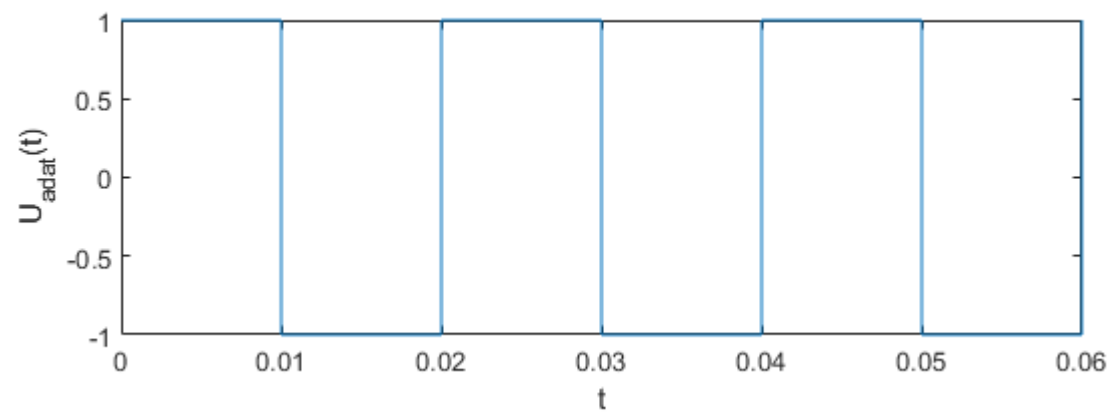
FSK

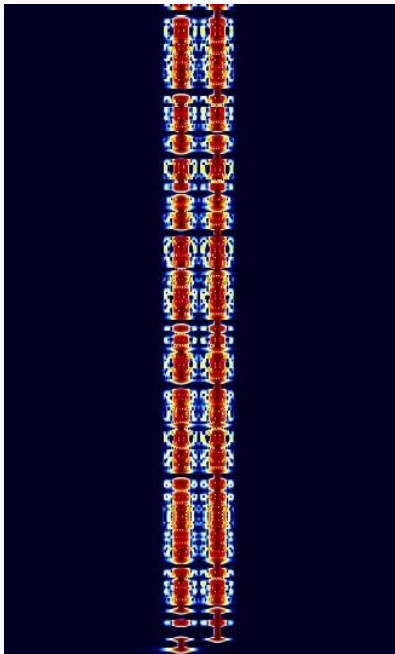
Frequency shift keying - frekvenciabillentyűzés

Egy szimbólum: adott frekvenciájú jel.

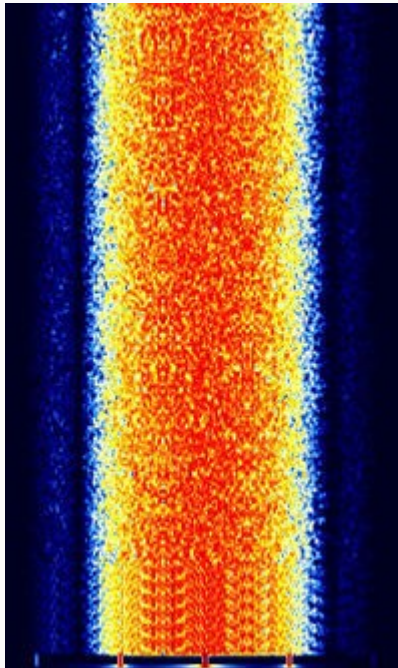
Relatív frekvenciák és a baud rate határozzák meg a pontos módot.



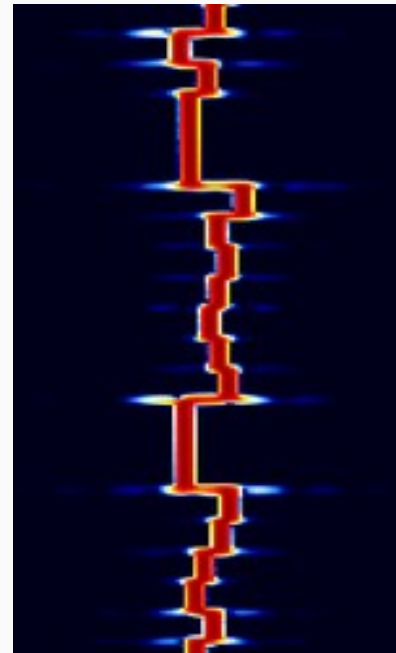




Radio teletype
RTTY, rütyütyü



MSK (képen KG-STV)
Minimum shift keying



FT8

PSK

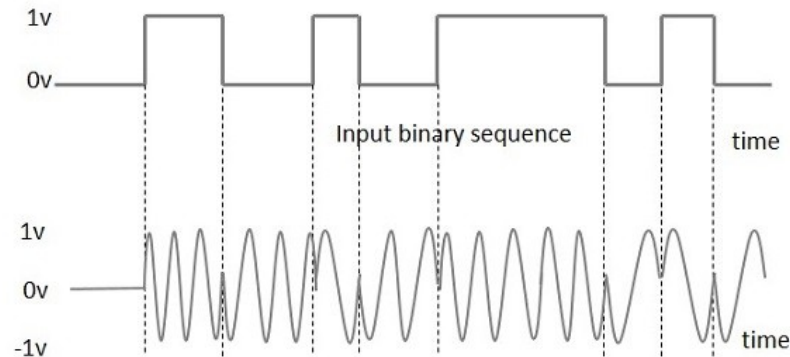
Phase shift keying - fázisbillentyűzés

Egy szimbólum: adott fázisú jel

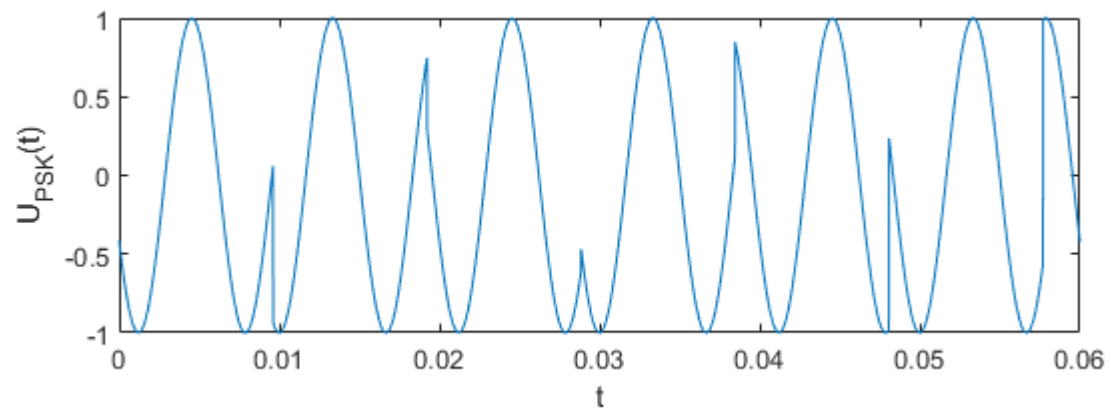
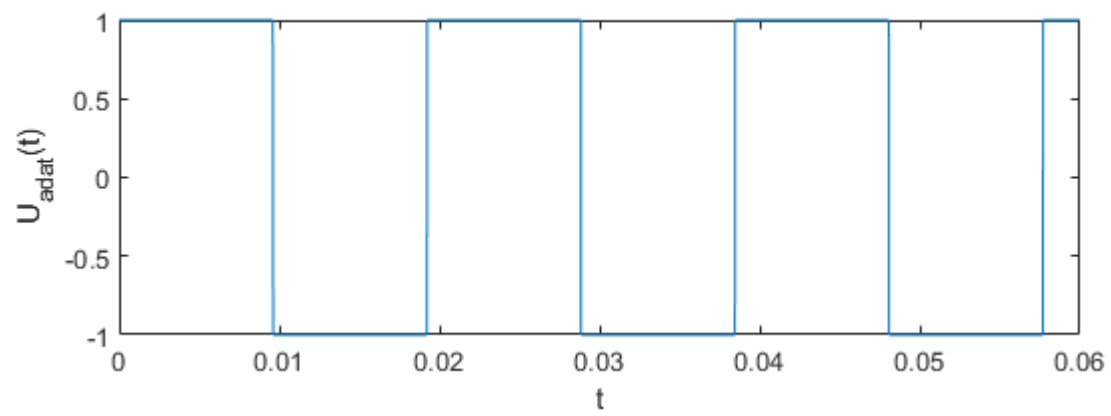
A fázis relatív => ref szimbólum/diff kódolás

Szimbólumok számától függően

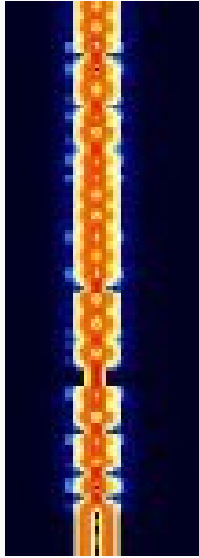
Pl.: BPSK, QPSK, 8PSK



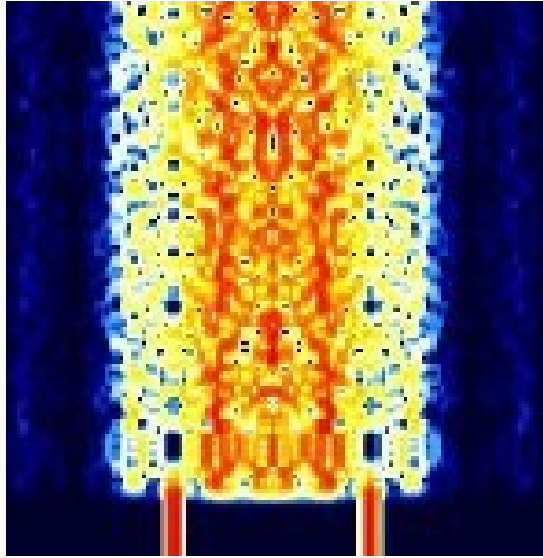
BPSK Modulated output wave



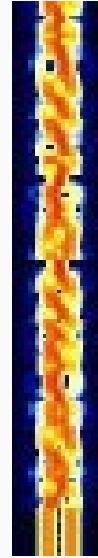
PSK



BPSK31



BPSK250



QPSK31



IQ-moduláció

Addíciós tételekből következően:

Ugyanazon frekin két egymástól független
jel átvitele

Vivők: Fázisban 90° eltérés

I: In-phase

Q: quadrature

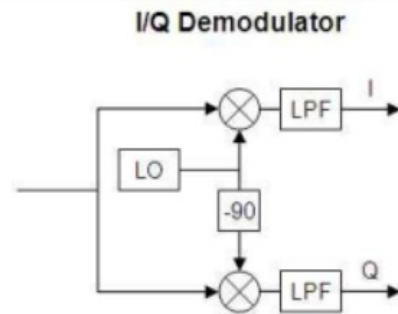
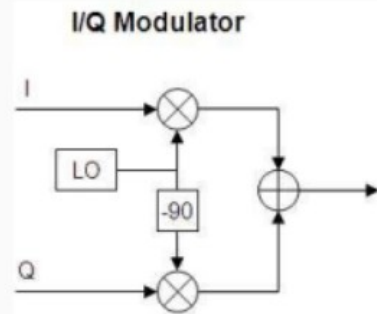
Mire lesz ez jó? Komplex keverés

$$A \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow \frac{1}{2} A$$

$$A \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow \frac{1}{2} A$$

$$A \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow 0$$

$$A \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow 0$$



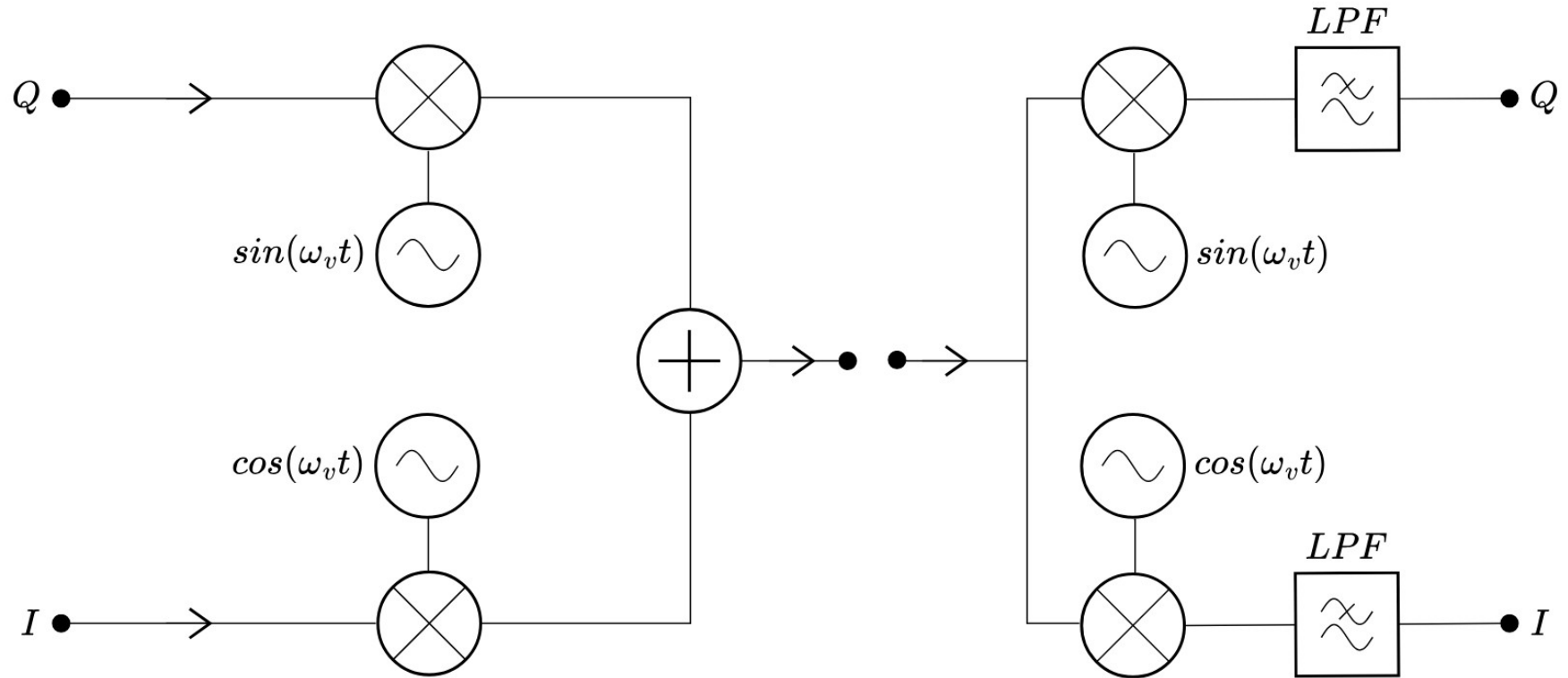
(Erről bővebben később lesz szó, az RTL-SDR működése miatt kell most kicsit beszélnünk róla.)

$$\int_0^T A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t) dt = \frac{A}{2}$$

$$\int_0^T A \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t) dt = \frac{A}{2}$$

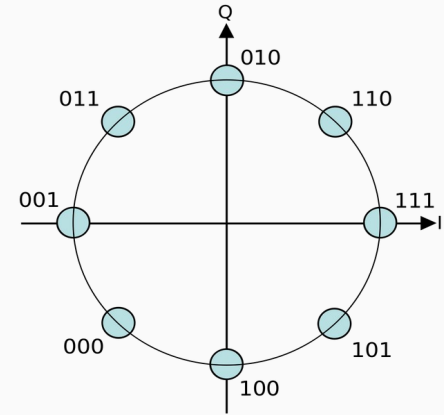
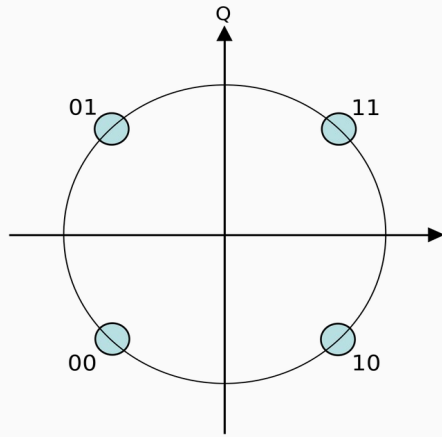
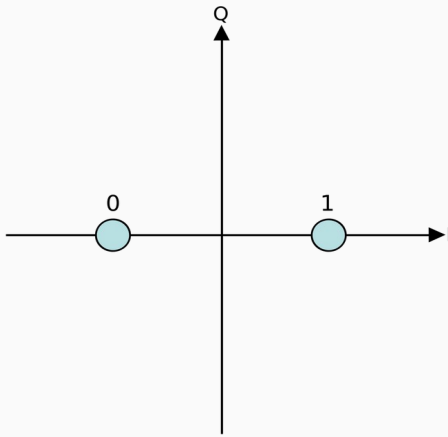
$$\int_0^T A \cdot \cos(\omega t) \cdot \sin(\omega t) dt = 0$$

$$\int_0^T A \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) dt = 0$$



Konstellációs diagramok

Ábrázoljuk a szimbólumokhoz tartozó fazorokat!

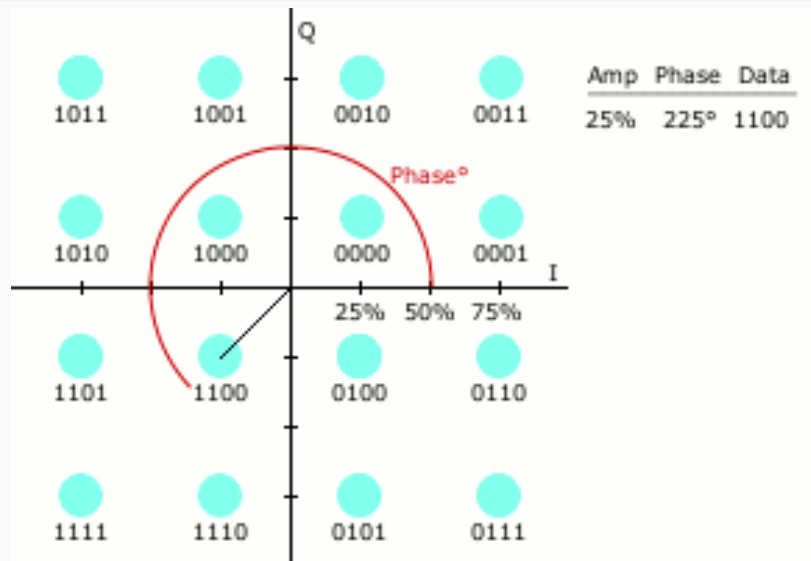


PSK jelek konstellációs diagramjai

QAM

Külön-külön amplitúdó moduláljuk I-t és Q-t
Quadrature Amplitude Modulation

16, 64, 256 QAM
DOCSIS, WiFi, DVB-T/S stb.



Miért is jó ez az egész?



Építhetünk saját szoftverrádiókat.

Szoftverrádió =
IQ (de)modulátor + digitális jelfeldolgozás

De erről bővebben egy másik
alkalommal...