Matematikai alapok és modulációk

Előadó: Keresztes „Keri” Botond (HA5ERI)

keresztes.botond@simonyi.bme.hu

Tematika

- Matek
  - dB skála
  - Komplex számok
  - Fazorok
  - Fourier-transzformáció
- Modulációk
  - Modulációs tétel
  - CW
  - Fónia: AM, FM
  - Digitális: FSK, PSK, QAM
  - Analóg képátvitel: SSTV
  - IQ (de)moduláció

Logaritmikus (decibel) skála

Teljesítmény arányok kifejezésére: $a_{dB}=10\cdot lg\left(\frac{P}{P_{ref}}\right)$ pl.: $a_{dB}=10\cdot lg\left(\frac{4W}{2W}\right)\approx 3\,dB$

Nagy erősítés emberi léptékben pl.: $10\cdot lg(10000)=40\,dB$

A logaritmus művelete szorzást összeadássá alakít: $lg(a\cdot b)=lg(a)+lg(b)$
pl. 10 dB erősítés *kétszerese* 13dB, *százszorosa* 30 dB

dBm skála: Mindig 1mW-hoz viszonyítunk (létezik még dBW, dBuV,stb.)
pl. $4\,mW\approx 6\,dBm$ $100\,mW=20\,dBm$

A logaritmikus skáláknál a logaritmus azon tulajdonságát használjuk ki, amivel egy szorzatot összeadássá tud alakítani. Így nagy számok (pl. erősítés vagy szakaszcsillapítás) emberibb léptékben tárgyalhatóak.

A decibel skálán mindig valamilyen teljesítményarányt jelenítünk meg, (pl. a teljesítmény az adóantennánál a vevőantennához képest, megadja nekünk a szakaszcsillapítást).

Van amikor a viszonyításunk egy fix érték, pl. a dBm (decibel milliwatt) skálán mindig 1 mW a referenciaérték.

Komplex számok

$$\mathbb{C} = \{a + bj | a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$j = 0 + 1 \cdot j = \sqrt{-1}$$

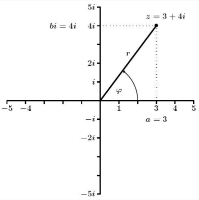
Ez igaz, de közelítsük meg más irányból!

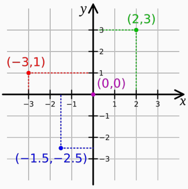
Középiskolában talán elhangozhatott a másodfokú egyenlet tárgyalásakor, hogy a komplex számokat azért vezették be, hogy meg lehessen oldani akkor is az egyenletet, ha a diszkrimináns negatív.

Ebben ugyan van igazság, a mérnöki gyakorlatban viszont ebből kifolyólag vannak más előnyös tulajdonságai is, amik nem köthetők ilyen közvetlenül a másodfokú egyenletekhez.

Im-Re sík <-> x-y sík

$3+4i$





$2x+3y$

Ortogonális bázisvektorok: $(1;i)$ $(x;y)$

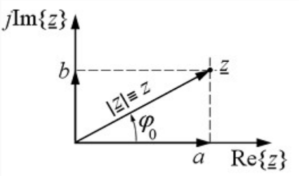
A komplex számok kiterjesztik az eddig ismert számegyenesünket egy számsíkká, ahol a vízszintes tengelyen a már eddig is ismert valós számok találhatók, a függőleges tengely mentén pedig a képzetes számok. Így a sík minden pontja egy komplex szám, mely áll valamekkora valós és valamekkora képzetes részből.

Ez teljesen olyan, mint egy „közönséges” derékszögű koordináta rendszer, csak itt most az **x** és **y** tengelyek helyett valós (**Re**) és képzetes (**Im**) tengelyeket használunk.

<u>Megjegyzés:</u> Az, hogy a bázisvektorok ortogonálisak, azt jelenti, hogy az egyikkel nem lehet kifejezni a másikat, vagyis az egyik nem tartalmazza a másikat, vagyis teljesen függetlenek. Ez a megállapítás a későbbiekben fontos lesz!

Euler-formula

$$\underline{z}=a+jb=\boxed{z\cdot(\cos(\varphi_0)+j\sin(\varphi_0))=z\cdot e^{j\varphi_0}}$$



Descartes Polár

$$|\underline{z}|=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\varphi_0=atan2(b,a)\approx\arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

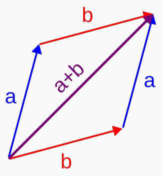
A komplex számok ábrázolására két módszer van: descartes vagy polár koordináták.

Előbbi már ismert, hiszen itt csak azt mondjuk meg, hogy egy adott pontba való eljutáshoz mennyit kell vízszintesen, illetve függőlegesen haladnunk.
Polár koordináták esetében azt adjuk meg, hogy mennyit és milyen szögben (a vízszintes tengelyhez képest) kell előre haladnunk, hogy egy adott pontba eljussunk.

Belátható, hogy mindkét módszerrel el lehet jutni a számsík bármelyik pontjába, és minden pontjába csak egyféleképpen, így a két leírás egyértelműen egymásba alakítható. Ennek az átalakításnak a mikéntjét az Euler-formula írja le.

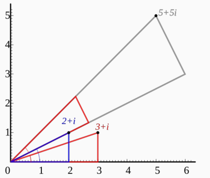
Műveletek komplex számokkal

Összeadás



$$(a_1+ja_2)+(b_1+jb_2)=(a_1+b_1)+j(a_2+b_2)$$

Szorzás



$$Ae^{j\alpha}\cdot Be^{j\beta}=ABe^{j(\alpha+\beta)}$$

A koordináta rendszer analógia alapján adódik, hogy a komplex számokat vektorokként kezeljük, és így is kell rajtuk műveleteket végezni.

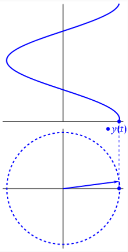
A két leírási alak (descatres és polár) azért jó, mert előbbiben az összeadást, utóbbiban a szorzást könnyebb elvégezni. Így általában az elvégzendő műveletnek megfelelően alakítjuk a komplex értékeket egyik vagy másik alakjukra.

Komplex forgóvektor

$$e^{j\omega t}=\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)$$

$$Im\{e^{j\omega t}\}=\sin(\omega t)$$

$$Re\{e^{j\omega t}\}=\cos(\omega t)$$



Az Euler-formulából más hasznos dolog is kiszedhető. Ha a polár alakban felírt vektorunk szögét növelni kezdjük (pl. valamilyen időfüggő taggal), akkor az a vektor forgómozgást fog végezni az origó körül.

Az Euler-formula alapján belátható, hogy ilyenkor a vektor valós tengelyre vett vetülete egy koszinusz függvény szerint változik (a dián kékkel jelölve), a képzetes tengelyre vett vetülete pedig szinusz függvény szerint.

Megjegyzés: A szinusz és koszinusz függvény a két tengelyre képződik le, melyekről azt mondtuk, hogy ortogonálisak, vagyis egymástól függetlenek (lásd: 5. dia). Ez alapján arra következtethetünk, hogy a szinusz és koszinusz függvények is valamilyen módon függetlenek egymástól, vagyis az egyik nem tartalmazza a másikat. Emlékezzünk erre!

Fazorok (komplex csúcsérték)

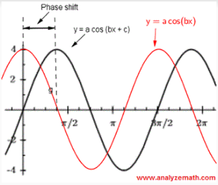
$$u(t)=U\cdot\cos(\omega t+\varphi)\Leftrightarrow\overline{U}=U\cdot e^{j\varphi}$$

$$u(t)=u_1(t)+u_2(t)\Leftrightarrow\overline{U}=\overline{U}_1+\overline{U}_2$$

$$x(t)=K\cdot u(t)\Leftrightarrow\overline{X}=K\cdot\overline{U}$$

$$y(t)=u'(t)\Leftrightarrow\overline{Y}=j\omega\overline{U}$$

Csak szinuszos jeleknél!



$$a\cos(bx)\Leftrightarrow a\,e^{j0}=a$$

$$a\cos(bx+c)\Leftrightarrow a\,e^{jc}$$

Az előző dián kapcsolatot teremtettünk a koszinusz függvény, és a komplex forgóvektor között. A gyakorlatban ennek segítségével bevezethetők a fazorok. A fazor megmutatja, hogy egy koszinusz függvénynek mekkora az amplitúdója, és milyen fázisban (milyen távol a viszonyítási ponttól) veszi fel a maximumát. A függvényt átírva ilyen alakra, az időfüggő tagok elhagyhatók, és egyszerűbb műveleteket végezni a függvényeken.

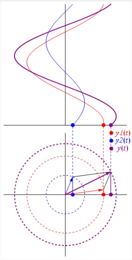
Fontos megjegyezni, hogy ez az átalakítás csak szinuszos (koszinuszos) jelekre igaz, és csak akkor összegezhetők, ha mindegyikük eredetileg azonos frekvenciájú volt.

Példa fazorműveletre

$$2\cos(\omega t)+\cos(\omega t+60°)=2+1\,e^{j\,60°}$$

$$2+0{,}5+j\frac{\sqrt{3}}{2}=2{,}5+j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2{,}64\,e^{j\,19{,}1°}=2{,}64\cos(\omega t+19{,}1°)$$



Mi van, ha a jelünk nem szinuszos?

Ez a dia példa a fazorok használatára, és a descartes/polár alakok közötti átalakításra.

Kezdetnek van két azonos frekvenciájú időfüggvényünk különböző amplitúdóval és fázissal. Ezeket fazorokká alakítjuk, hogy ne kelljen a szögfüggvényekkel vesződni. Viszont a fazorok polár alakúak, így az összeadáshoz átírjuk őket descartes alakba az Euler-formula segítségével. Így az összeadás könnyen elvégezhető. A kapott descartes alakú összeget visszaírjuk polár alakba, és ebből a két jel összegének időfüggvényét.

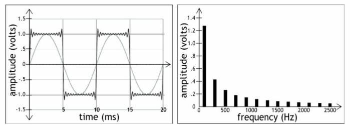
Ez elsőre kerülőútnak tűnhet, de végeredményben egyszerűbb, mintha nekiállnánk a jeleket szögfüggvényes alakjukban összeadni.

Joggal merül fel a kérdés: Mit kezdünk azokkal a jelekkel, amik nem szinuszosak?

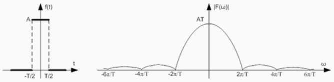
Frekvenciatartomány

Minden jel felbontható szinuszos jelek összegére

Periodikus jel – Diszkrét frekvenciák



Aperiodikus jel – Folytonos spektrum



Fontos megállapítás jelfeldolgozásban, hogy minden jel felbontható szinuszos jelek összegére. Így bármilyen fura jellel találkozunk is, valamilyen módon (Fourier sorfejtés/transzformáció) visszavezethetjük szinuszos jelekre.

Fontos megjegyezni, hogy különbség van periodikus (időben ismétlődő) és aperiodikus (időben nem ismétlődő) jelek felbontásában:

Periodikus jeleknél diszkrét frekvenciájú összetevőkre bontjuk a jelet, így az alapharmonikus (eredeti jel frekvenciája) és ezen frekvencia egész számú többszörösein rezgő komponenseket kell összegeznünk. Így elméletileg **megszámlálhatóan végtelen** komponensünk van.

Aperiodikus jeleknél a felbontás folytonos, vagyis **megszámlálhatatlanul végtelen** frekvenciát kell vizsgálnunk. Szerencsére ilyen jelekkel általában nem kell foglalkoznunk.

Fourier sor/transzformáció

Frekvenciatartományba

$$G_k^C = \frac{1}{T}\int_0^T g(t)e^{-jk\omega t}dt$$

$$G(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t}dt$$

Időtartományba

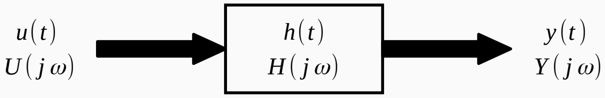
$$g(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} G_k^C e^{jk\omega t} \quad k=0;1;2;\dots;$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

A dián a Fourier-sor illetve transzformáció összefüggései láthatóak, illetve, hogy ezekből hogyan állíthatóak vissza az időtartománybeli jelek.

Kérünk mindenkit, hogy ne kezdje el ezeket bemagolni! A lényeg, hogy lássuk, mindenféle jel vizsgálatát vissza tudjuk vezetni szinuszos jelek vizsgálatára.

Rendszerválasz



$$y(t)=h(t)*u(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)u(\tau)d\tau$$

$$Y(j\omega)=H(j\omega)U(j\omega)$$

Miért is jó nekünk a frekvenciatartomány, miért nem maradtunk időtartományban?

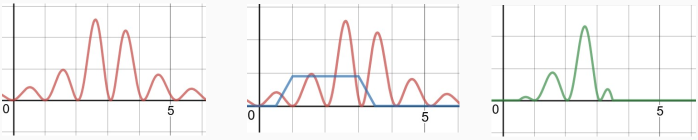
A fenti ábra valamilyen rendszert (mondjuk áramkört, pl. erősítő) ábrázol. Ennek van valamilyen karakterisztikája (viselkedése) amit a *h(t)* időfüggvény ír le. Amennyiben a választ (kimenő jel egy adott bemenő jelre, itt *y(t)*) időtartományban szeretnénk meghatározni, úgy az úgynevezett konvolúció műveletét kell végrehajtanunk, ami nem egy mókás feladat.

Ha viszont a bemenő jelet és a rendszer karakterisztikát is frekvenciatartományban adjuk meg, akkor a frekvenciatartománybeli válasz egyszerű szorzással megkapható, és szükség esetén visszaírható időtartományba.

Akárcsak a fazorokkal, itt is jelentős számolgatást spórolhatunk, annak ellenére, hogy látszólag kerülőúton járunk.

Rendszerválasz példa

$$Y(j\omega) = H(j\omega)U(j\omega)$$



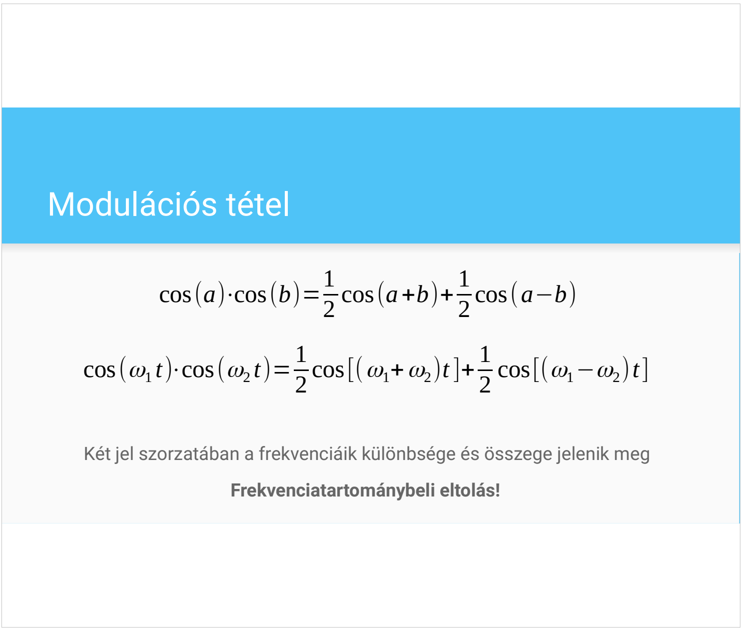
Ezen a dián az előző rendszerválasz számításra láthatunk példát.

Itt mindegyik jel frekvenciatartományban van felírva, így a válaszunk (zöld) a bejövő jel (piros) és a rendszerünk karakterisztikája (kék) szorzataként áll elő.

Ez esetben a rendszerünk sáváteresztő jellegű, vagyis két határfrekvencia között átengedi a bejövő jelet, viszont ezen határok felett és alatt elnyomja azt.

Moduláció

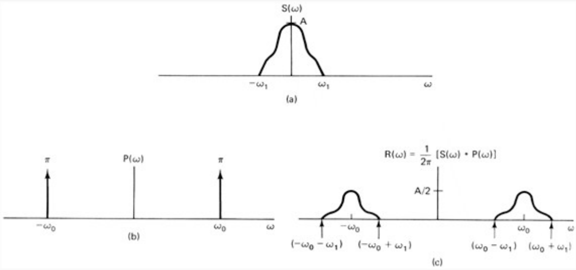
A hátralévőkben a modulációról, és a különböző modulációs módszerekről lesz szó.



Két szinuszos jel összeszorzásakor két új frekvenciájú jelet kapunk, melyek az eredeti frekvenciák összegén, és különbségén helyezkednek el.

Így az eredeti jelek helyett valami más frekvenciájúakat kapunk, vagyis a jeleinket eltoltuk frekvenciatartományban.

Modulációs tétel spektrumábrán



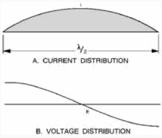
A modulációs tétel szemléltetése frekvencia tartományban:

Az *(a)* ábrán látható jelet összeszorozzuk a *(b)* ábrán látható jellel, így a *(c)* ábrán látható spektrumot kapjuk: Az alapsávi jelünket „odébb toltuk” ω_0 körfrekvenciával.

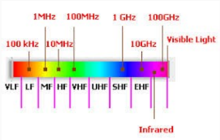
A *(b)* ábrán látható jel egy szinusz (egy bizonyos frekvencián létezik), viszont az *(a)* ábrán látható jel több frekvenciát tartalmaz. Ettől nem ijedünk meg, mert a modulációs tételt frekvencia komponensenként alkalmazhatjuk, mint azt láthattuk az előző matekos részben.

Miért modulálunk?

Kisebb antennák használata



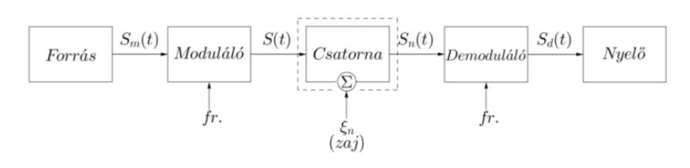
EM spektrum teljes kihasználása



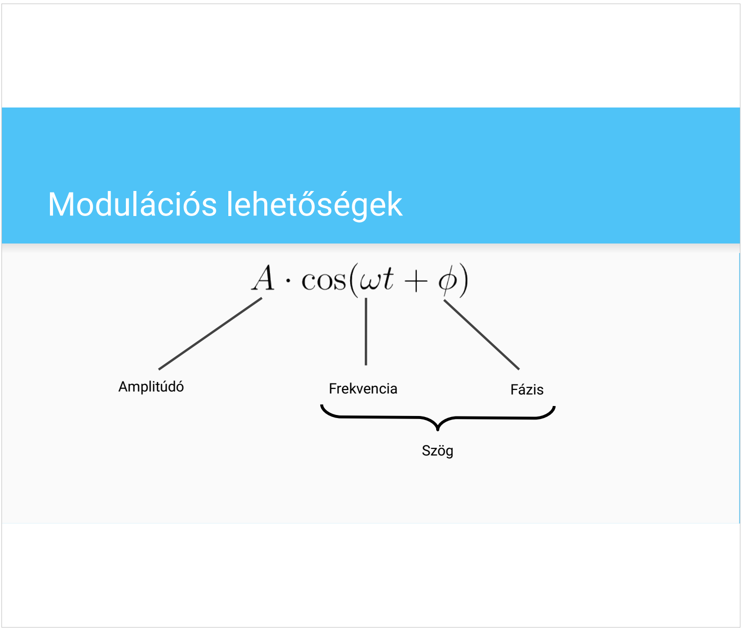
Az elektromágneses (EM) spektrum egy véges erőforrás, így a lehető legnagyobb mértékben szeretnénk azt kihasználni. A modulációs tétel alapján láthatjuk, hogy az alapsávi jelünket gyakorlatilag tetszőleges frekvenciára „áthelyezhetjük”, így minden szegletét kihasználva az EM spektrumnak.

Azért is használunk nagyobb frekvenciákat, mert így csökken a hullámhosszunk, és így általában minden úgynevezett elosztott paraméterű áramköri elem is, pl. az antennák. Vagyis nagyobb frekvenciákon kisebb méretű antennákat alkalmazhatunk, ami előnyös tud lenni pl. mobiltelefonok esetén.

Információátvitel blokkdiagram



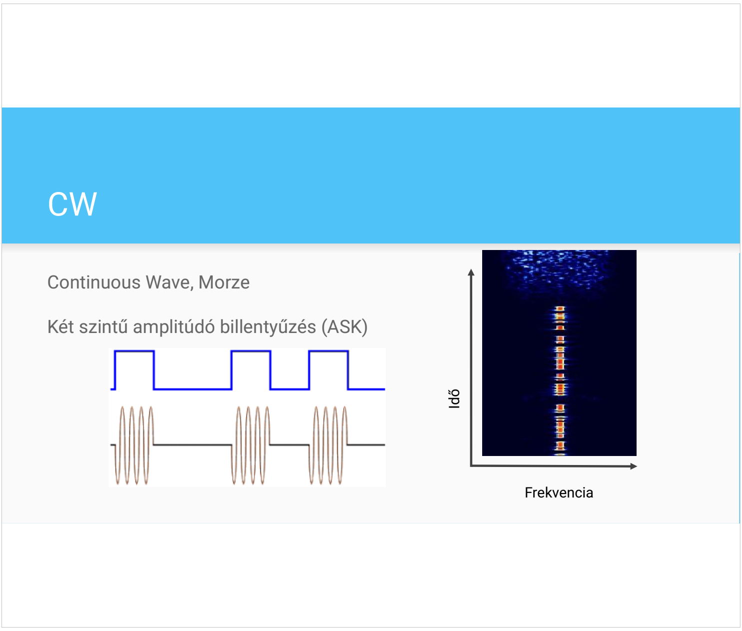
A dián az információátvitel általános blokkvázlata látható. Valamilyen információból előállítunk egy modulált jelet, amit átküldünk egy csatornán (rádiózásban ez az éter), ahol mindenféle zavarjelenségnek van kitéve. Ezután a vevővel vesszük, majd demoduláljuk a jelet, és ha jól csináltuk, akkor ugyanazt az információt kapjuk a vevő oldalon, amit beküldtünk az adó oldalon.



A moduláció tételben szereplő két frekvenciájú jelet általában vivőnek, és moduláló jelnek hívjuk. A vivő rendszerint a nagyfrekvenciájú jel, melyet az alapsávi moduláló jel „felruház” valamilyen információtartalommal.

Egy szinuszjel három jellemzője az amplitúdója, frekvenciája és fázisa. Lehetne ezt 2,5 jellemzőnek is mondani, ugyanis a frekvencia és a fázis között lehet összefüggést teremteni.

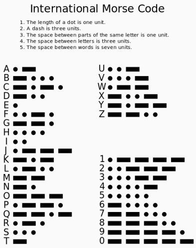
Lényeg, hogy a moduláló jellel ezen három jellemző valamelyikébe „nyúlunk bele”. Ennek alapján megkülönböztetünk amplitúdó-, frekvencia- és fázismodulációt.



Egyik legegyszerűbb amplitúdó moduláció az amplitúdó billentyűzés, azon belül is az OOK amikor a jel amplitúdóját nulla és valamilyen nem nulla érték között változtatjuk (On-Off Keying).

Ez talán a legrégebbi moduláció, melyet a Morze távírók használtak, illetve használnak.

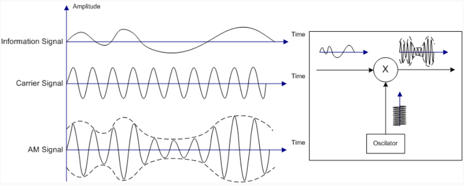
CW, Morze

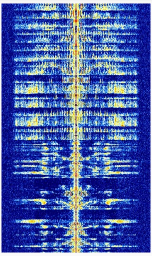


A Morze ABC betűkhöz hosszú és rövid impulzusokból álló kódokat rendel. Ezek elsőre rendszertelennek tűnhetnek, de volt mögötte megfontolás: Minél gyakrabban fordul elő egy adott betű (angol szövegben) annál rövidebb kódot rendeltek hozzá. Vagyis a leggyakrabban előforduló betűk az E és a T.

AM-DSB

$$y(t)=A_m\cdot\cos(2\pi f_m t)\cdot\cos(2\pi f_v t)+A_v\sin(2\pi f_v t)$$

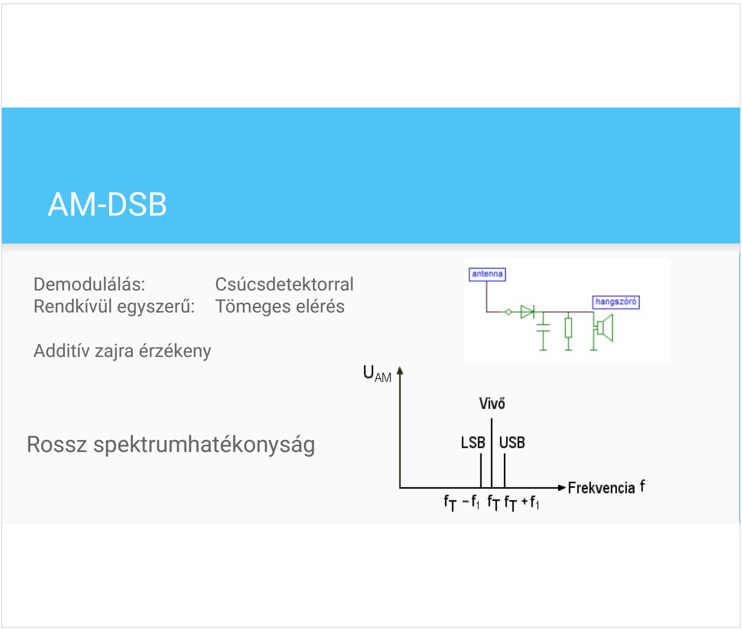




A legegyszerűbb moduláció hangátvitelre a két oldalsávos amplitúdómoduláció. Itt mindössze annyi a dolgunk, hogy a moduláló jelünket (tipikusan emberi beszéd) összeszorozzuk a vivőfrekvenciával. Így a modulációs tétel értelmében a vivőfrekvencia körül megjelenik a két oldalsáv, mely a beszédet tartalmazza.

Attól függően, hogy ehhez még hozzáadjuk a vivőfrekvenciát vagy sem, megkülönböztetünk elnyomott vivőjű (SC – Supressed Carrier) és nem elnyomott vivőjű (NSC – Non Supressed Carrier) amplitúdó modulációkat.

Utóbbi esetben a moduláló jelünk „ráül” a vivő tetejére, mint ahogy az a dián is látható. Ez a demodulálást rendkívül egyszerűvé teszi.



Ezen a dián az AM-DSB/NSC, vagyis a nem elnyomott vivőjű AM spektrumképe látható. Jól látható a vivő frekvencia és a két oldalsáv.

Mivel ilyenkor az alapsávi jel a vivőn „rajta ül”, így demoduláláshoz mindössze „ki kell szedni alóla” a vivőfrekvenciát. Ez egy csúcsdetektorral kivitelezhető.

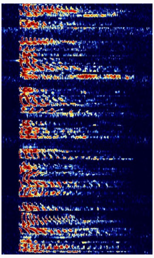
Ez a demodulátor rendkívül egyszerű, néhány alkatrészből összerakható, és nem igényel aktív elemeket (erősítő). Ezért tömeges elérésre kitűnően alkalmas, pl. ilyen módon sugározták a 2. világháború alatt a lakosság tájékoztatására szánt adásokat. Ma még a solti adóból sugározzák a Kossuth rádiót ezzel a modulációval 540 kHz-en.

AM-SSB

Az AM két oldasávja ugyan azt az információt hordozza
Nyomjuk el az egyiket!

Single Side Band
- LSB: alsó marad
- USB: felső marad

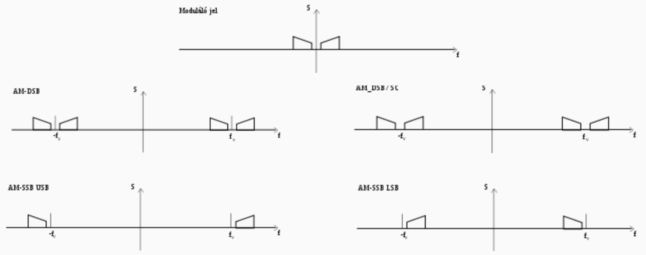
Kevesebb sávszélesség
Rosszabb minőség
Nehezebb demodulálás



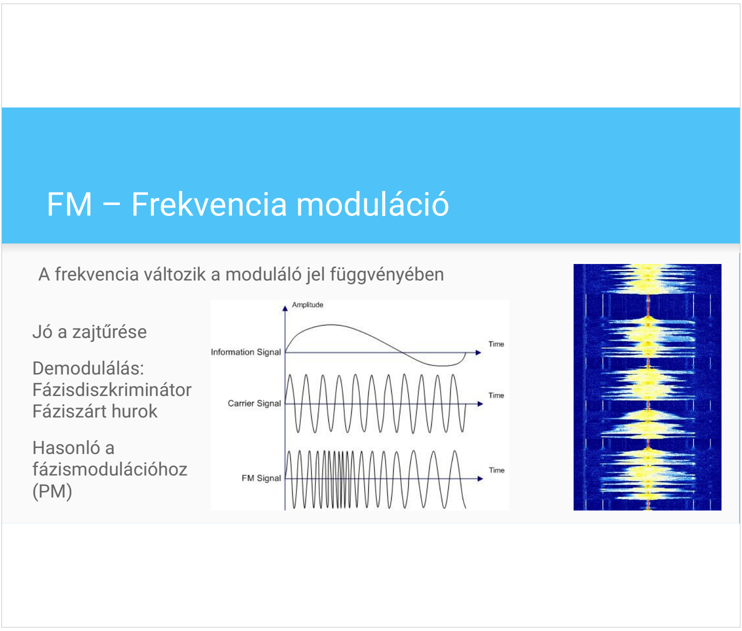
AM-DSB esetén mindkét oldalsáv ugyanazt az információt hordozza, ezért elegendő csak az egyik oldalsávot átvinni, és azzal nem lesz információveszteségünk. Ilyenek az SSB (Single SideBand) modulációk, ahol az AM-DSB adásnak vagy a felső-, vagy az alsó oldalsávját hagyjuk meg. Előbbit USB-nek (Upper SideBand), utóbbit LSB-nek (Lower SideBand) hívjuk.

A rádióamatőrök ezeket a modulációkat használják a rövidhullámú sávokon.

Amplitúdó modulációk típusai



A dián a különböző amplitúdó modulációk spektrumábrái láthatóak. Érdemes megjegyezni, hogy a képeken a vivőfrekvencia nagysága néhol megtévesztő lehet. SSB modulációknál nem szokott ennyire nagy szintű lenni, illetve az AM-DSB/SC modulációnál sosincs teljesen elnyomva, mert a vivőből egy minimális mennyiségűre szükség van a jel demodulálásához.



A vivő egy másik tulajdonsága amit manipulálhatunk, az a frekvenciája. Ezt frekvenciamodulációnak nevezzük, és ilyenkor a vivő frekvenciája a moduláló jel pillanatnyi amplitúdójának megfelelően változik.

Ez a moduláció előnyösebb az AM-nél, mert nem az amplitúdó hordozza az információt (ami elég érzékeny additív zajokra), hanem a nullátmenetek sűrűsége (vagyis a frekvencia). Ez a módszer gyakorlatilag érzéketlen az additív zajokra.

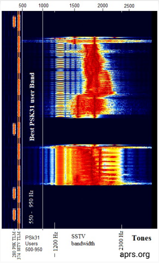
A moduláló jel amplitúdója és a vivőfrekvenciától való eltérés arányát frekvencialöketnek hívjuk, és ezzel jellemezhetjük FM adásainkat. Megkülönböztetünk keskeny-, és szélessávú FM-et.

Ennek az adásnak a demodulálásához már komplexebb áramkörök kellenek, de a jó átviteli minőség miatt (főleg szélessávú FM) megéri ilyeneket építeni.

Nagyon hasonló a fázismodulációhoz (PM). Analóg esetben annyi a különbség, hogy a vivő „sűrűsödései” és „ritkulásai” időben valamivel el vannak csúszva az FM esethez képest.

SSTV – Slow Scan Television

Analóg képátvitel alacsony sávszélességen, 1-2 perc alatt
50-es évektől, űrszondákon
Jellemzően HF sávokon (DX), vagy VHF/UHF sávokon



Az SSTV-t arra találták ki, hogy kisebb sávszélességen lehessen képanyagot átvinni, mint a hagyományos analóg televízió, természetesen alacsonyabb képfrissítési frekvenciával.

Legelőször arra használták, hogy űreszközökről sugározzanak képeket. Neil Armstrong első Holdon tett lépéseit is SSTV-vel közvetítették.

Manapság ez a képátviteli módszer főként rádióamatőr körökben használatos.

https://en.wikipedia.org/wiki/Slow-scan_television

Digitális modulációk

Analóg jel helyett biteket viszünk át

Szimbólumok: egyszerre egy szimbólum megy át, ez kódolhat több bitet
Pl. 4 különböző szimbólum: 2 bit/sym

Baud ráta: Szimbólumsebesség (sym/sec)

Bitráta: Bitsebesség = sym/sec * bit/sym = bit/sec
(Szimbólumsebesség * Szimbólum által kódolt bitszám)

Digitális modulációnál nem folytonos analóg jelet (pl. hangot) viszünk át, hanem diszkrét értékekből álló jelet, mellyel biteket kódolunk.

Digitális átvitelnél új fogalomként megjelenik a szimbólum. Egy szimbólum adott esetben egyszerre több bitet is kódolhat, így különbséget kell tennünk a szimbólumsebesség és a bitsebesség között.

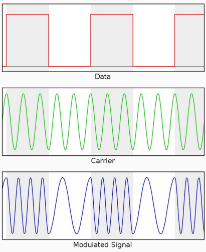
Megjegyzés: A szimbólumszám növelése nem befolyásolja a használt sávszélességünket, a szimbólumsebesség növelése viszont igen. Vagyis ha szeretnénk gyorsabban információt átvinni, akkor a szimbólumok számának növelésével ezt ugyanakkora sávszélességen megtehetjük. Persze ezt csak addig játszhatjuk, amíg a vevőnkkel képesek vagyunk megbízhatóan különbséget tenni a szimbólumok között.

FSK – Frequency Shift Keying

Frekvencia billentyűzés

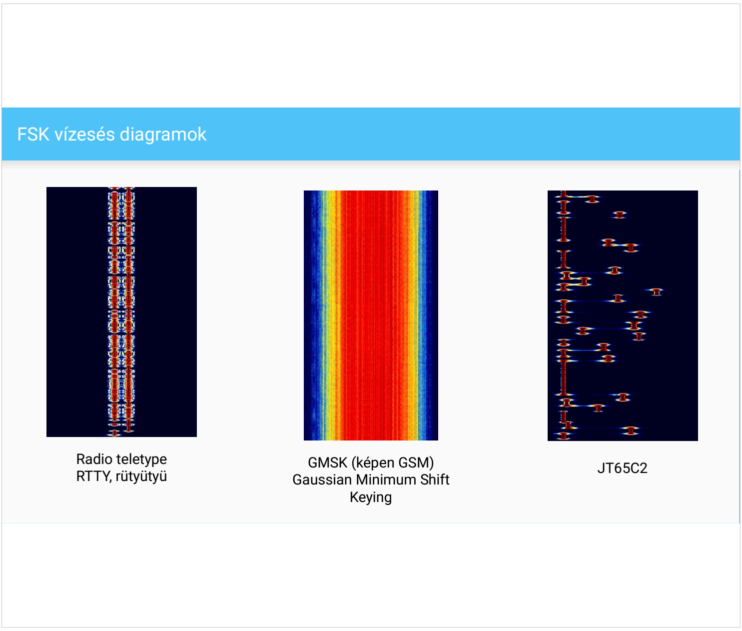
Egy szimbólum: adott frekvenciájú jel

Relatív frekvenciák és a baud rate határozzák meg a pontos módot



A digitális modulációk közül talán a legkönnyebben érthető a frekvenciabillentyűzés.

Itt minden egyes szimbólumhoz valamilyen frekvenciájú jelet rendelünk. Értelemszerűen, minél több a frekvenciák száma, annál nagyobb a szimbólumszámunk.



Néhány FSK modulációnak a vízesés diagramja (vízszintes tengely: frekvencia; függőleges tengely: idő):

Az RTTY módot az amerikai haditengerészet és pari őrség előszeretettel használta, manapság már csak rádióamatőr körökben használatos.

A GSM (2G) mobilrendszer az FSK egy speciális módját, a GMSK-t használja, ezzel jobb spektrumhatékonyságot elérve.

A JT65 egy rádióamatőrök által kifejlesztett protokoll, amit csak ők használnak. A 65 a szimbólumszámra utal, a C2 a használt módra.

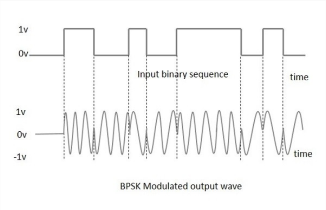
https://www.sigidwiki.com/wiki/JT65

PSK – Phase Shift Keying

Fázisbillentyűzés

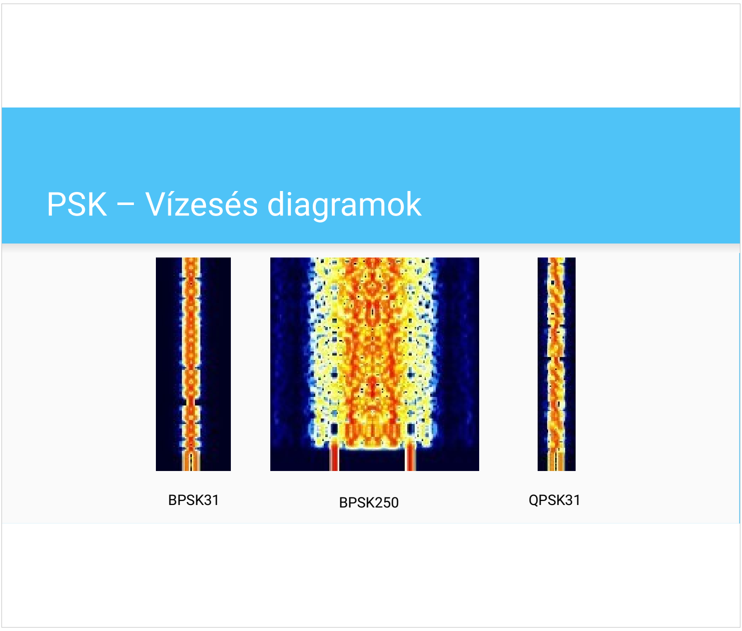
Egy szimbólum: adott fázisú jel
A fázis relatív => ref szimbólum/diff kódolás

Szimbólumok számától függően
BPSK, QPSK, 8PSK



Fázisbillentyűzésnél a különböző szimbólumokat a vivő különböző fázisai jelentik. Ezt változtatgatjuk, így a vivőnk nem egy folytonos szinusz lesz, hanem szimbólumváltáskor lesznek benne „ugrások”.

A fázis egy relatív dolog, mindig csak valamihez viszonyítva tudjuk értelmezni. Ezért ilyenkor differenciális kódolást szokás használni, ami annyit jelent, hogy nem az éppen látott jel fázisát nézzük, hanem a váltásokkor megnézzük, hogy mennyivel változott a jel fázisa, és a szimbólumainkat a különböző mértékű „ugrásokhoz” rendeljük.



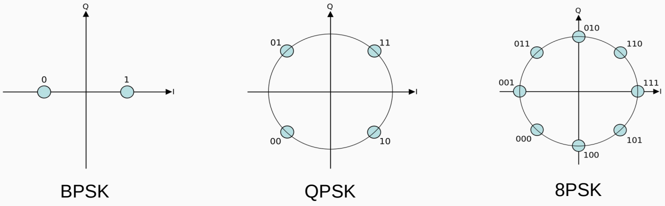
Amatőr körökben általában bináris (BPSK - kétállapotú), vagy kvadratúra (QPSK - négyállapotú) fázisbillentyűzést használnak. Itt ezeknek néhány vízesésdiagramja látható.

Az egyes módok végén a szám az átviteli sebességre utal. Figyeljük meg, hogy az azonos szimbólumszám ellenére a BPSK250 jóval nagyobb sávszélességet foglal mint a BPSK31. Ez a gyorsabb szimbólumidőnek köszönhető.

Ellenben a BPSK31 és QPSK31 nagyjából ugyanazt a sávszélességet foglalja el. Ennek oka, hogy bár a szimbólumszám az utóbbinál nagyobb, a szimbólumidők megegyeznek.

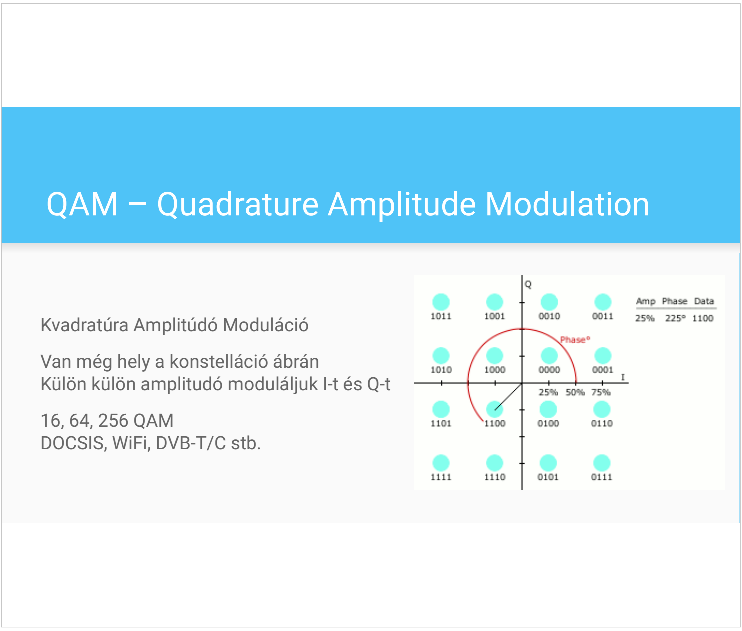
PSK - Konstellációs diagramok

PSK esetén a fazor fázisa tartalmaz minden információt
Ábrázoljuk a szimbólumokhoz tartozó fazorokat:



Ha a PSK szimbólumokat konstellációs diagramon helyezzük el, láthatjuk, hogy azok egy kör mentén helyezkednek el. Ha visszaemlékezünk a koordináták poláris ábrázolásához, akkor könnyű látni, hogy a szimbólumokhoz mutató vektor hossza mindig megegyezik (lévén kör mentén találhatóak), csak a fázisuk (vektor vízszintes tengellyel bezárt szöge) különbözik egymástól. Ezért hívjuk fázisbillentyűzésnek.

A konstellációs diagramok lényegéről a későbbi diákon.



A digitális modulációknak egy másik széles körben használt fajtája a kvadratúra amplitúdó moduláció. Itt két ortogonális vivőt (emlékezzünk vissza az ortogonalitás lényegére!) modulálunk egyszerre, így ugyanazon a frekvencián lényegében létrehoztunk két független csatornát, amit külön manipulálhatunk. Ezeket a vivőket bázisvektorokként használva, lényegében egy koordináta rendszerben (IQ diagramon) tetszőleges vektort hozhatunk létre.

A QAM állapotszáma rendszerint kettő valamilyen hatványa. Az alacsonyabb állapotszámú verziókat (256, 64 és alatta) szinte napi szinten használjuk, amikor Wi-Fi-n keresztül kommunikálunk. Nagyobb állapotszámú rokonait (1024, 4096) pedig a modern kábeltévé szabványokban láthatjuk viszont.

IQ Jelek

Hogyan is állnak elő az előző konstellációs diagramok?

$$\underbrace{[\underbrace{(U_v+m(t))}_{\text{Alapsáv}}\cdot\cos(\omega_v t)]}_{\text{Modulált jel}}\cdot\underbrace{2\cos(\omega_v t+\phi)}_{\text{Szorzó demodulátor}}=\underbrace{(U_v+m(t))}_{\text{Alapsáv}}\cdot\underbrace{\cos(\phi)}_{\text{Skálázási tényező}}+\underbrace{\cancel{(U_v+m(t))\cdot\cos(2\omega_v t+\phi)}}_{\text{Kétszeres frekvencia (kiszűrjük)}}$$

Az IQ jelek mögött rejlő matek megértéséhez, először vizsgáljunk egy egyszerű szorzó modulátorral és demodulátorral továbbított jelet.

Az alapsávi jelünket megszorozzuk a vivőfrekvenciával, így előáll a modulált jelünk. A demoduláláshoz ezt ismét megszorozzuk a vivőfrekvenciával, melynek lehet valamilyen ϕ fázishibája az eredeti vivőhöz képest.

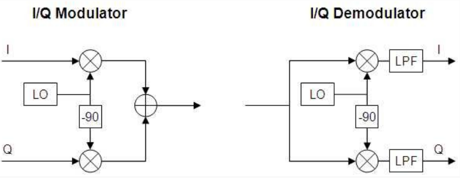
Ennek eredményeként először is előáll a kétszeres frekvencia (emlékezzünk a modulációs tételre). Ennek számunkra nincs haszna, úgyhogy ettől szűrés útján megszabadulunk.

Emellett előáll az alapsávi jelünk is, egy cos(ϕ) skálázási tényezővel megszorozva. Ez azt jelenti, hogy ha a szorzó demodulátor jele tökéletesen fázisban van a vivővel (ϕ=0), akkor visszakapjuk a teljes alapsávi jelet (cos(0)=1). Ha viszont a fázistolás pont 90°, akkor cos(90°)=0, tehát a demodulálás eredményeként nem kapunk semmit.

IQ Jelek

$$A\sin(\omega t)\cdot\sin(\omega t)\Rightarrow\frac{1}{2}A \qquad A\cos(\omega t)\cdot\sin(\omega t)\Rightarrow 0$$

$$A\cos(\omega t)\cdot\cos(\omega t)\Rightarrow\frac{1}{2}A \qquad A\sin(\omega t)\cdot\cos(\omega t)\Rightarrow 0$$

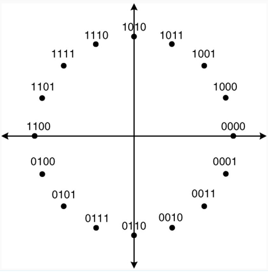


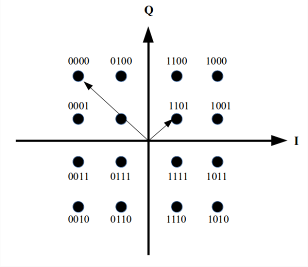
Leleményes mérnökök megoldották, hogy a demodulálást ϕ=0 fázishibával lehessen produkálni, és így lehetőségük volt ugyanarra a csatornára még egy, 90°-kal eltolt vivőfrekvenciát kisugározni, mivel ezt a kettőt demodulálásnál megbízhatóan szét lehet választani.

Ennek az egésznek az alapja az, hogy a koszinusz és szinusz függvények ortogonálisak, vagyis függetlenek egymástól. Emlékezzünk az előadás elejére: A descartes koordináta rendszereknél a bázisvektorok merőlegesek voltak (90°-kal elforgatva egymáshoz képest), és ezen vektorok meghosszabbításaira (tengelyekre) vetítettük le forgóvektorok segítségével a koszinusz és szinusz függvényeket.

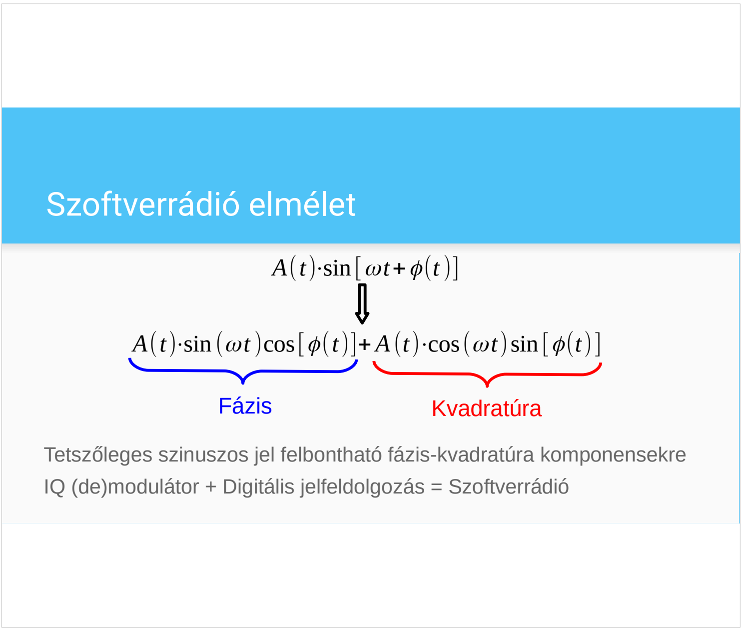
Vagyis ebből következik, hogy a koszinusz és szinusz függvények is ortogonálisak. Ennek, mint most láthattuk, hatalmas gyakorlati jelentősége van.

Most már értjük a konstellációs diagramot





Ennek alapján most már értjük a konstellációs diagramok előállásának módját. Fogjuk az I (fázis jel, koszinuszos vivőt szorozza) és Q (kvadratúra jel, szinuszt szorozza) jeleinket, és ezekkel szorozva a bázisvektorainkat (koszinusz és szinusz vivők) szabadon eljuthatunk az IQ sík tetszőleges pontjába, mint bármelyik más derékszögű koordináta rendszerben.



A dolog tovább fokozható, ugyanis tetszőleges szinuszos jel felbontható fázis és kvadratúra komponensekre. Így nem csak a digitális adások állíthatók elő, illetve demodulálhatók ezzel a módszerrel, hanem (kellő ügyességgel) tetszőleges modulációt előállíthatunk IQ jelek segítségével.

https://en.wikipedia.org/wiki/In-phase_and_quadrature_components

Ez a módszer nagyban hozzájárult a (főleg mobiltelefonos) rádióhálózatok nagy ütemű fejlődéséhez, hiszen nagyon egyszerűen és költséghatékonyan tesztelhetők velük új modulációs eljárások.

Ezzel eljutottunk a szoftverrádiókig, melyek olyan vevők, amik kimenetükön számunkra IQ jeleket biztosítanak, mi pedig szabadon feldolgozhatjuk azokat, így tetszőleges vevőt megvalósítva. Ennek kipróbálására lehetőség lesz a tanfolyam egy későbbi gyakorlati alkalmán.

Amennyiben kicsit többet vagyunk hajlandóak költeni, úgy vehetünk olyan szoftverrádiót, mely mindezt a „másik irányba” is tudja. Így IQ jelekből összerakott, tetszőleges rádióadást tudunk készíteni.

Összefoglalás – Kérdések?

- Matek
  - dB skála
  - Komplex számok
  - Fazorok
  - Fourier-transzformáció
- Modulációk
  - Modulációs tétel
  - CW
  - Fónia: AM, FM
  - Digitális: FSK, PSK, QAM
  - Analóg képátvitel: SSTV
  - IQ (de)moduláció

Ha valakiben maradt még kérdés, akkor nyugodtan forduljatok hozzánk, akár e-mailben, akár discord szerverünkön!